

VARIACIONES DE LAS PROPIEDADES DINÁMICAS DE UN LANZADOR SATELITAL EN SU FASE ATMOSFÉRICA

Juan Francisco Martiarena^a, Augusto Zumárraga^b, Álvaro Benitez Franco^b

^a Departamento de Ing. Aeroespacial - Facultad de Ingeniería, UNLP

^b Centro Tecnológico Aeroespacial (CTA), Facultad de Ingeniería, UNLP

Email: juan.martiarena@ing.unlp.edu.ar

1. RESUMEN

La envolvente de vuelo de un lanzador satelital para la inyección orbital involucra distintas etapas. La primera de ellas se desarrolla en las capas atmosféricas más densas; donde la interacción entre efectos aerodinámicos, gravitatorios e inerciales determinan el comportamiento dinámico del vehículo. En esta fase, las condiciones de vuelo cambian significativamente, comenzando con velocidad nula a nivel del mar hasta alcanzar velocidad supersónica y alturas estratosféricas; al tiempo que varían fuertemente las propiedades másicas (masa total, tensor de inercia y posición del centro de gravedad) por consumo de los propelentes. Todo esto se refleja en cambios profundos en la dinámica de la aeronave, lo cual condiciona fuertemente el diseño de los lazos de control del vehículo.

En este trabajo se analizan estos cambios dinámicos. Para ello se recurre a un modelo de cuerpo rígido para el vehículo, modelos cuasi-estacionarios para las cargas aerodinámicas, y un modelo predeterminado de variación temporal de parámetros másicos.

En principio, un modelo de 6 grados de libertad describe completamente la dinámica de cuerpo rígido de un lanzador. Pero teniendo en cuenta las propiedades de simetría, este problema puede reducirse a 3 grados de libertad, desacoplando la dinámica lateral de la longitudinal. En función de esto, se plantea un modelo dinámico que, linealizado alrededor de una trayectoria nominal, permite obtener un modelo en espacio de estados lineal variante en el tiempo.

A partir de este modelo se analiza la influencia de los parámetros másicos y las condiciones aerodinámicas en la dinámica del lanzador para la fase atmosférica, que se asume hasta los 70 km. de altura. se estudia el comportamiento de los modos naturales de respuesta para definir de forma cualitativa y cuantitativa los cambios significativos en esta dinámica.

Palabras claves: lanzador satelital, dinámica, fase atmosférica, modelo lineal variante en el tiempo.

2. INTRODUCCIÓN

El control de trayectoria de un lanzador satelital es un desafío que requiere precisión en tanto las tolerancias admisibles se encuentran extremadamente acotadas. Para esto, el estudio del desempeño dinámico en la etapa atmosférica es un elemento clave para obtener modelos lo suficientemente representativos que permitan encarar las tareas de diseño del sistema de control. El objetivo del sistema de control es orientar la trayectoria con relación a un sistema de referencia inercial en función de los requisitos de la misión. En este contexto, el vehículo puede asumirse como una masa puntual en la que los cambios significativos ocurren en intervalos de tiempo prolongados. A su vez, la orientación de la velocidad como mecanismo de control de la trayectoria no se da de manera instantánea, sino que se producen oscilaciones respecto al centro de masas que deben ser mitigadas para garantizar el seguimiento de la referencia. Estas oscilaciones ocurren en intervalos de tiempo comparativamente menores a las que ocurren para la trayectoria, por lo que pueden ser tratados de manera independiente (Zipfel, & Schiehlen, 2001).

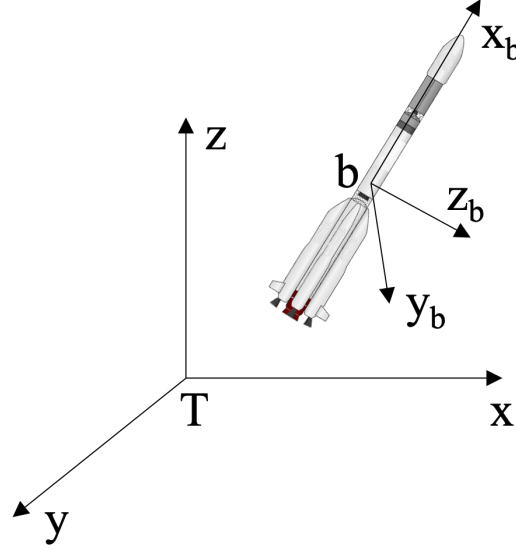


Figura 1: Sistema de referencia T y b

El abordaje integral del estudio dinámico de un lanzador involucra el análisis del mismo como un cuerpo rígido de masa variable en el tiempo, combinado con los aspectos elásticos, de sloshing e inercia del motor. Además, las interacciones aerodinámicas presentan efectos fuertemente no lineales que añaden complejidad en el estudio. Para atender a estas complejidades, se realiza una aproximación por medio del método de pequeñas perturbaciones, de modo que el análisis se realiza sobre un modelo lineal variante en el tiempo. Además, debido a la simetría asumida para la geometría del vehículo, se suponen desacopladas las ecuaciones que modelan el comportamiento del cuerpo rígido y se desarrollan solamente en un plano longitudinal. De este análisis se pueden destacar aspectos específicos del comportamiento del lanzador. De manera directa se puede obtener información respecto a las características de estabilidad, amortiguamiento, frecuencias naturales y otras características dinámicas.

3. MODELO DINÁMICO

Asumiendo la dinámica longitudinal de un lanzador satelital como cuerpo rígido [1], puede modelarse respecto a un sistema ligado al cuerpo b (figura 1) según el conjunto de ecuaciones 1.

$$\mathbf{f}^b = \frac{d}{dt} \{ m \mathbf{v}^b \} + m \boldsymbol{\omega}^b \times \mathbf{v}^b + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{J} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J} \quad (1a)$$

$$\mathbf{M}^b = \frac{d}{dt} \{ \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}^b \} + \boldsymbol{\omega}^b \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}^b \quad (1b)$$

Siendo $m(t)$ y $\mathbf{J}(t)$ la masa y el tensor de inercia del vehículo, y \mathbf{v} y $\boldsymbol{\omega}$ las velocidades del centro de masas y angular respectivamente. Todos los vectores se encuentran referidos a la terna- b , por lo que de aquí en adelante se omite el superíndice.

El conjunto de ecuaciones 1 puede simplificarse asumiendo un estado de operación nominal sobre el que se producen pequeñas perturbaciones. Además, si el orden de magnitud de las mismas es considerablemente menor que el de la velocidad u y el producto entre la variación temporal de la masa y la velocidad del vehículo se considera dentro del vector de empuje, puede reducirse

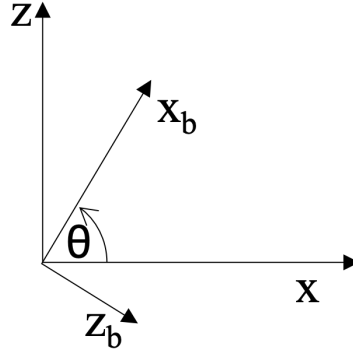


Figura 2: Matriz de rotación

al conjunto de ecuaciones 2.

$$\begin{aligned} f_x &= m(\dot{u} - y_{cg}\dot{r} + z_{cg}\dot{q}) \\ f_z &= m(\dot{w} - U_0q - x_{cg}\dot{q} + y_{cg}\dot{p}) \\ M_y &= I_{yy}\dot{q} - I_{xy}\dot{p} - I_{yz}\dot{r} - mx_{cg}(\dot{w} - U_0q) + mz_{cg}\dot{u} \end{aligned} \quad (2)$$

la hipótesis de que en la condición nominal la velocidad U^b es constante y que el vector de empuje pasa por el centro de gravedad del lanzador permite descartar la primera ecuación del análisis. La masa y el momento de inercia se evalúan en cada instante atento a que ambas magnitudes son modificadas rápidamente [4]. Además, asumiendo que las perturbaciones son pequeñas se desacopla la dinámica longitudinal de la lateral [3], y la dinámica longitudinal queda descrita por dos ecuaciones dinámicas y una relación cinemática entre q y θ . La representación del sistema en espacio de estados resulta como se muestra en la ecuación 3.

$$\begin{aligned} f_z &= m(\dot{w} - U_0q - x_{cg}\dot{q}) \\ M_y &= I_{yy}\dot{q} - mx_{cg}(\dot{w} - U_0q) \end{aligned} \quad (3)$$

Modelos de fuerzas y momentos Para estimar las perturbaciones que provocan cambios en el estado de operación nominal del lanzador se modelan las fuerzas y momentos. En estado estacionario, la configuración espacial del lanzador puede referenciarse respecto a un sistema inercial, denominado T , ubicando una terna solidaria al cuerpo del mismo denominada $-b$, definida bajo el estándar ISO 1151. En la figura 1 se esquematiza esta denominación.

Para proyectar la fuerza de gravedad en la terna solidaria al cuerpo (terna $-b$), se descompone la aceleración gravitatoria mediante la matriz de transformación 4

$$\mathbf{T}_{Tb} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

Donde el ángulo θ queda definido en la figura 4

De este modo, la fuerza de gravedad en la terna cuerpo se define en la ecuación 5.

$$\mathbf{f}_g^b = \mathbf{T}_{Tb}\mathbf{f}_g^T \quad (5)$$

Para las fuerzas aerodinámicas se utilizan las ecuaciones 6

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_a &= \sigma S_{ref} C_i(\alpha) \\ \mathbf{M}_a &= \sigma S_{ref} l_{ref} C_{mi}(\alpha, q) \end{aligned} \quad (6)$$

en donde σ es la presión dinámica, S_{ref} y l_{ref} la superficie y longitud de referencia respectivamente, y C_i y C_{mi} coeficientes adimensionales cuasi estacionarios. Las ecuaciones (6) pueden linealizarse derivando parcialmente respecto a cada una de las variables de estado alrededor de un punto de operación y definiendo las derivativas aerodinámicas. Para este caso en particular, será necesario contar con las que se muestran en (7).

$$\begin{aligned} C_{zO} &= \frac{\partial F_z}{\partial \alpha} \alpha + \frac{\partial F_z}{\partial q} \hat{q} \\ C_{m_{yO}} &= \frac{\partial M_y}{\partial \alpha} \alpha + \frac{\partial M_y}{\partial q} \hat{q} + \frac{\partial M_y}{\partial \dot{\alpha}} \hat{\alpha} \end{aligned} \quad (7)$$

siendo \hat{q} y $\hat{\alpha}$ la velocidad angular y la velocidad del ángulo de ataque adimensionalizadas.

Por último, se considera el que el vector de empuje es orientable mediante una señal de comando que define el ángulo de apartamiento respecto al eje del vehículo. De este modo, las fuerzas y momentos asociados al empuje resultan ser las que se muestran en 8.

$$\begin{aligned} f_{T_z} &= T \delta \\ M_{T_y} &= T \delta l_C \end{aligned} \quad (8)$$

En donde δ es el ángulo entre el eje del vehículo y la tobera y l_C la distancia entre la articulación de la tobera y el centro de gravedad.

La suma vectorial de las fuerzas y momentos se condensa en la ecuación 9:

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= \mathbf{f}_a + \mathbf{f}_g^b + f_{T_z} \mathbf{i}_b \\ \mathbf{M} &= \mathbf{M}_a + M_{T_y} \mathbf{j}_b \end{aligned} \quad (9)$$

y se escribe el sistema (3) linealizado en la ecuación (10), incorporando la relación cinemática:

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_q & M_\alpha & 0 \\ 1 + Z_q & Z_\alpha & -g \frac{\cos \theta}{U_O} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \alpha \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_\delta \\ Z_\delta \\ 0 \end{bmatrix} \delta \quad (10)$$

Siendo M_q , M_α , Z_q , M_δ y Z_δ las derivativas dimensionales [5] y \mathbf{M} la matriz de inercia que contiene los coeficientes que afectan la derivada temporal del vector de estado. Es necesario indicar que las derivativas evolucionan en el tiempo conforme el lanzador gana altura. La altura para la cual la presión dinámica resulta despreciable, el modelo dinámico se reformula atento a esta nueva situación de operación.

4. ANÁLISIS

Como caso de estudio se considerará un vehículo experimental suborbital de una sola etapa diseñado para un apogeo en vuelo libre de $150km$. Sus parámetros másicos se presentan en la tabla 1.

Para la obtención de los valores asignados a los términos aerodinámicos se realiza una simulación de trayectoria, a partir de donde se obtienen los valores de Mach y presión dinámica a lo largo del vuelo.

En la figura 3 se muestran los coeficientes M_q y M_α en función del número de Mach . El coeficiente M_q es un coeficiente de amortiguamiento asociado al efecto aerodinámico que se introduce por la velocidad angular q , mientras que el coeficiente M_α es indicador de la "rigidez" aerodinámica. La magnitud del coeficiente M_α resulta 10 órdenes de magnitud menor al de M_q , y dado que q y $\dot{\alpha}$ son de magnitudes similares, dicho término se omite del análisis.

Cuadro 1: parámetros del modelo

longitud (m)	diámetro (m)	masa inicial (kg)	momento de inercia (kgm ²)
15	0,7	2400	16416

En tanto el coeficiente M_α tome valores negativos se garantiza la estabilidad estática del sistema. Si se analiza el signo que toma el coeficiente de momentos $C_{m_{yO}}$ definido en 7, en donde toman participación también los efectos producidos por la velocidad angular, puede predecirse el comportamiento del sistema en toda la envolvente de vuelo analizada. Puede observarse que este coeficiente toma valores positivos en la fase inicial de vuelo, indicando la posibilidad de inestabilidad que será cuantificada para evaluar su repercusión.

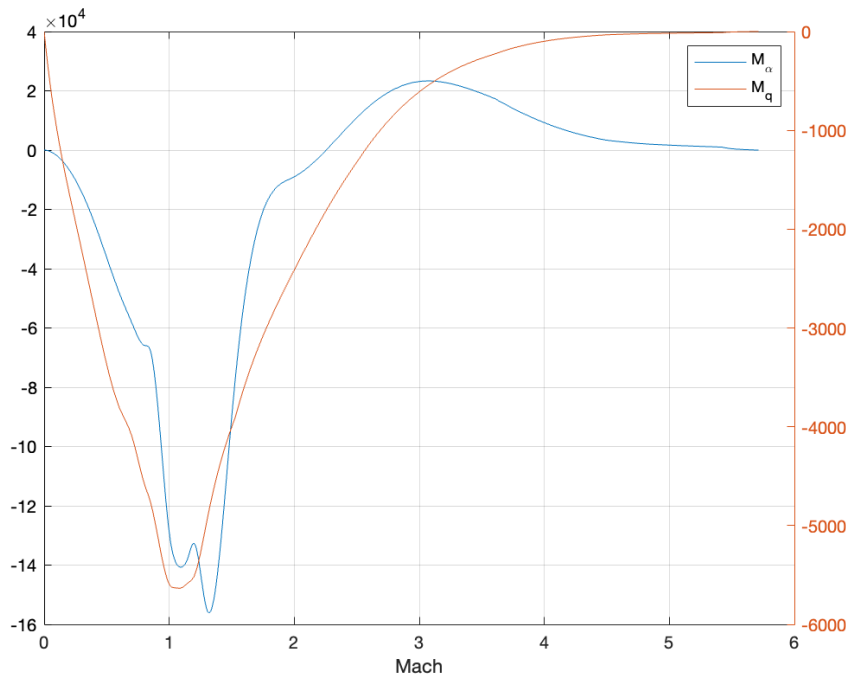


Figura 3: Coeficientes dimensionales

La figura 5 la evolución de la posición del centro de presiones y del centro de gravedad. Allí se observa que para $Mach < 1,8$ el centro de presiones se encuentra por delante del centro de gravedad. A partir de este punto, que se da después de los 90 segundos de vuelo, el sistema se inestabiliza nuevamente debido a la configuración relativa entre el cp y el cg. Revisitando la figura 3, se observa que coincide con el cambio de signo del coeficiente M_α .

En la matriz de estado de la ecuación 3 se encuentran sintetizadas las principales características dinámicas del vehículo lanzador. La figura 4 muestra la evolución de los autovalores de la matriz 3 en función del tiempo, con la variación de parámetros del sistema asociada. Allí puede verse que este sistema particular tiene un polo real contenido en el semiplano izquierdo y otro en el semiplano derecho para bajo número de Mach, dando cuenta de un comportamiento inestable en este régimen. Este fenómeno ocurre nuevamente después de los 90 segundos ($Mach > 1.8$), tal como se analizó anteriormente. Si se profundiza sobre este aspecto, esta inestabilidad puede cuantificarse en términos del tiempo necesario para duplicar la amplitud. En una respuesta inestable, la amplitud viene dada en términos de una función exponencial $y(t) = e^{at}$ siendo a la componente real del polo inestable. Cuantificando resulta ser $t_1 = 4$ segundos para el primer rango de tiempo y $t_2 = 0,6$ segundos para el segundo. Puede decirse que el primer caso se trata de una dinámica lenta en tanto que para el segundo serán necesarias acciones de control

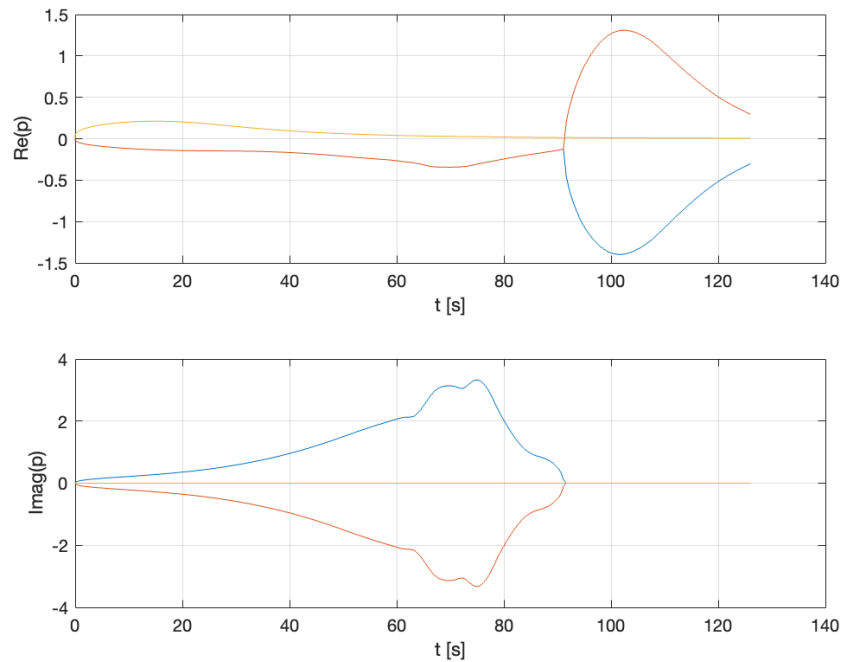


Figura 4: Evolución de los autovalores

más rigurosas [3] [2]. Los autovalores se aproximan al origen de coordenadas donde el modelo dinámico cambia cualitativamente (modelo exoatmosférico). A este conjunto de autovalores se le asocian los respectivos autovectores cuya evolución temporal en cada componente se muestra en la figura 6. Este análisis proporciona información adicional sobre el comportamiento dinámico del vehículo.

Dada una condición de vuelo específica puede observarse como se combinan los estados e interpretar su peso relativo en cada uno de los modos naturales del sistema en función del tiempo de vuelo (figura 6). El polo inestable que se manifiesta en la fase inicial del vuelo se encuentra asociado al tercer modo natural. Allí se observa que la componente dominante es el ángulo de ataque, lo que permite asociarlo a la dinámica traslacional (asumiendo que el ángulo de ataque se define como la relación entre la velocidad w y la velocidad de avance u). Por otro lado, el fenómeno inestable que comienza en régimen supersónico tiene impacto también en la dinámica de rotación, ya que las tres variables de estado son significativas. En la etapa inicial del vuelo, el ángulo de ataque es dominante en los 3 modos naturales, en tanto las variables q y θ tienen poca influencia. Conforme se avanza en el desarrollo del vuelo, las variables de estado tienen distinto peso en el comportamiento de los modos naturales. Tanto para el primer como el segundo modo, los 3 estados tienen componentes significativas en el resto de las etapas de vuelo. Para el tercer modo, se observa que el ángulo de cabeceo es dominante respecto a los otros dos y puede interpretarse como un modo relacionado a la cinemática de rotación.

5. CONCLUSIONES

Para controlar y guiar la trayectoria de un lanzador satelital es fundamental conocer de manera acabada el comportamiento dinámico a través de las distintas fases que atraviesa. La estimación de los coeficientes aerodinámicos y su utilización en el cálculo de las derivadas, tiene un rol preponderante en la descripción cualitativa de la dinámica de un lanzador satelital ya que de ellos depende en gran medida el comportamiento y las características dinámicas propias de cada vehículo lanzador. Como principal característica, puede indicarse la dependencia temporal

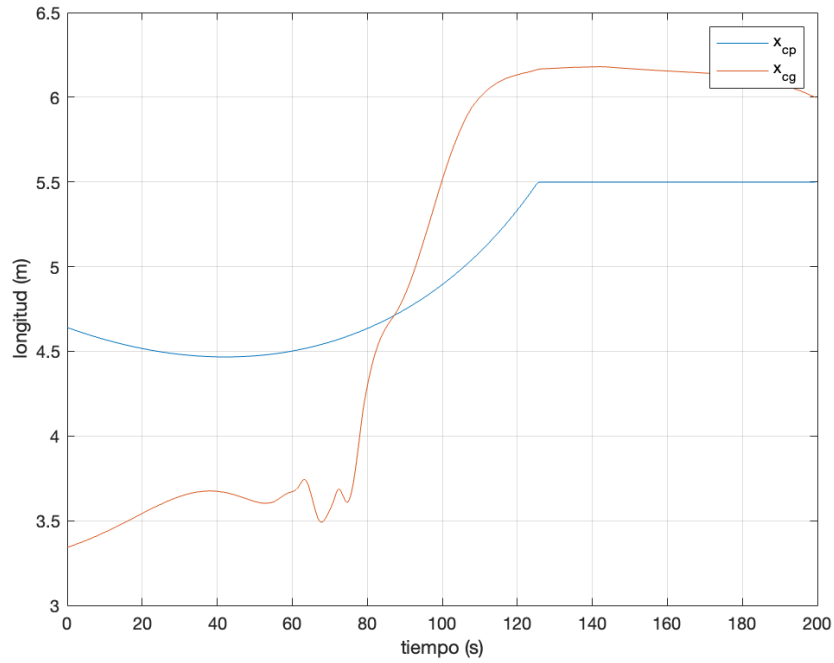


Figura 5: Posición del CP y CG

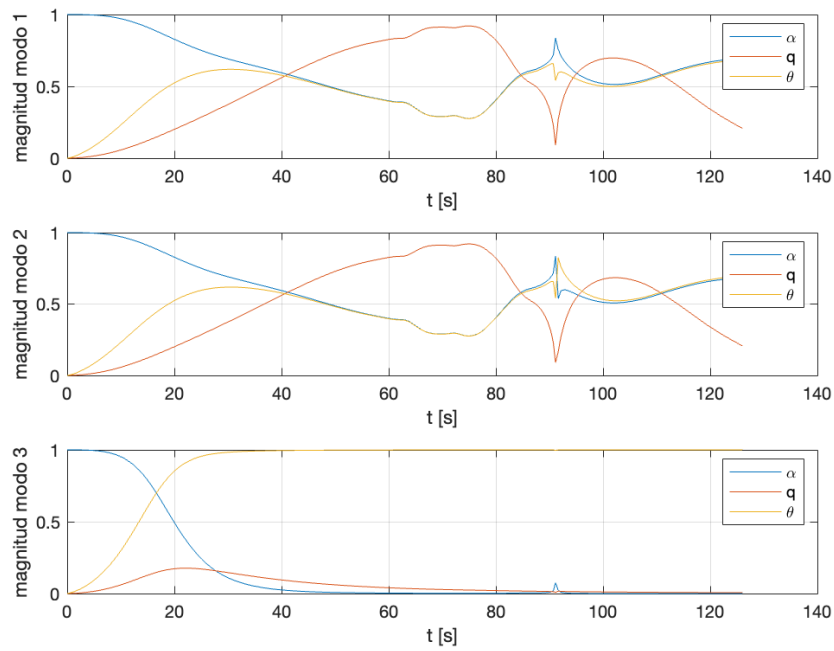


Figura 6: Evolución de las componentes de los autovectores

de estos parámetros, debido a que a medida que el vehículo atraviesa la fase atmosférica, las condiciones de masa se ven alteradas. También incide en los coeficientes la naturaleza del régimen aerodinámico que se atraviesa.

Según la evolución de las derivativas, pueden inferirse características del comportamiento dinámico del sistema. Este análisis se realizó sobre un modelo de cuerpo rígido, asumiendo en principio que los efectos elásticos pueden ser despreciados y que la dinámica lateral y longitudinal se encuentra desacoplada. Bajo estos supuestos, se obtuvo un modelo de cuerpo rígido linealizado que permitió establecer las siguientes conclusiones:

- El sistema presenta un comportamiento inestable en la fase inicial del vuelo, condicionado por el signo del coeficiente de momentos en esta primera parte. Luego se estabiliza hasta $Mach \approx 1,8$ en donde vuelve a ser inestable. Al incorporar en el análisis las características dinámicas del sistema, se identifica que existen autovalores con parte real positiva en gran parte de la envolvente de vuelo, aunque el tiempo necesario para convertir esas inestabilidades en situaciones relevantes depende del estado aerodinámico que se esté analizando.
- Los polos inestables se asocian con determinados modos naturales. El primero de ellos, relativamente lento en comparación con el segundo, es un polo que se manifiesta en la dinámica de traslación. En cambio el segundo polo inestable, de dinámica rápida, tiene impacto en la dinámica rotacional.
- También se explica la inestabilidad analizando la posición relativa del centro aerodinámico (ca) respecto al centro de gravedad (cg). El sistema es estable en tanto el cg se encuentra por detrás del ca. Este cambio cualitativo ocurre para $M \approx 1,8$.
- En base al estudio de los autovectores asociados puede añadirse información respecto a como se acoplan los distintos modos naturales del sistema. Se observa que tanto el ángulo de ataque α como la velocidad de cabeceo q se encuentran acopladas dinámicamente, mientras que el ángulo de cabeceo θ se vincula con el resto de los estados a través de la relación cinemática establecida con q .

De esta manera se obtuvo una descripción cualitativa de la dinámica longitudinal de un lanzador satelital con las características establecidas. Es importante mencionar que según la configuración o el tipo de vehículo seleccionado los resultados pueden verse alterados cualitativamente, por lo que es necesario especificar el modelo sobre el que se trabaja.

Referencias

- [1] Arthur L Greensite. Analysis and design of space vehicle flight control systems. Volume 1. Inf. téc. NASA, 1969.
- [2] Diego Navarro-Tapia, Andrés Marcos y Samir Bennani. “The VEGA launcher atmospheric control problem: A case for linear parameter-varying synthesis”. En: Journal of the Franklin Institute 359.2 (2022), págs. 899-927.
- [3] George M Siouris. Missile guidance and control systems. Springer Science & Business Media, 2004.
- [4] Ashish Tewari. Atmospheric and space flight dynamics. Springer, 2007.
- [5] Peter H Zipfel. Modeling and simulation of aerospace vehicle dynamics. Aiaa, 2000.