

# CONTROL SUPER-TWISTING DE ORDEN 3 PARA LA ACTITUD DE UN LANZADOR ESPACIAL EN FASE ATMOSFÉRICA

Augusto J. Zumarraga<sup>a</sup>, Juan F. Martiarena<sup>b</sup>, Paul F. Puleston<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Centro Tecnológico Aeroespacial (CTA), Facultad de Ingeniería, UNLP

<sup>b</sup>Departamento de Aeronáutica - Facultad de Ingeniería, UNLP

<sup>c</sup>Instituto de Investigaciones en Electrónica, Control y Procesamiento de Señales (LEICI)  
Facultad de Ingeniería, UNLP-CONICET.

Email: uku@ing.unlp.edu.ar

## 1. RESUMEN

En fase atmosférica la trayectoria de un lanzador espacial se programa para minimizar la resistencia atmosférica, lo cual implica mantener ángulos de incidencia nulos respecto del aire. Para adquirir una trayectoria de este tipo se requiere al menos una maniobra de cabeceo luego del despegue. En algunos casos se requieren además maniobras especiales (de tipo “dogleg”) en función de la inclinación orbital a alcanzar y la ubicación del sitio de lanzamiento. Todos estos requerimientos plantean la necesidad de contar con un control de actitud.

El problema es altamente desafiante por cuanto la dinámica de un lanzador cambia significativamente a lo largo de la fase atmosférica, la cual se desarrolla en tiempos del orden de dos minutos. Debe considerarse que se parte de una condición con baja velocidad y gran masa, y en un período relativamente breve se pasa a un vuelo supersónico consumiendo buena parte de la masa inicial.

Históricamente esto ha sido abordado mediante controles lineales con ganancias variables (gain scheduling), dado que no es viable sintetizar un control lineal de ganancias fijas lo suficientemente robusto para manejar estas variaciones. Pero los efectos aerodinámicos durante el vuelo son difíciles de estimar, con lo cual dicho ajuste no podrá ser muy preciso.

En este trabajo se propone un control super-twisting de tercer orden para la actitud, ajustado únicamente con las estimaciones de parámetros máxicos, asumiendo la aerodinámica como un término de incertidumbre dinámica. Luego se plantea la implementación de dicho control y se muestra su efectividad mediante una simulación de vuelo.

**Palabras clave:** lanzador espacial, control de actitud, control super-twisting generalizado

## 2. INTRODUCCIÓN

### 2.1. Requerimientos del control de trayectoria

En fase atmosférica, la trayectoria que optimiza la energía cinética final de un lanzador espacial es aquella que mantiene un ángulo de ataque nulo durante todo el vuelo. Esto implica que no se desarrollan fuerzas laterales, y por lo tanto la curvatura de la trayectoria queda definida por la aceleración gravitatoria y el ángulo de elevación del vector velocidad. Este segmento del vuelo se denomina “giro gravitatorio”.

Esto también tiene ventajas desde el punto de vista estructural, dado que se minimizan las cargas laterales, y con ello minimizar la masa seca del vehículo. A modo de ejemplo, el Soyuz posee una carga útil de 2.7Tn, con una masa total de 44.5tn; de las cuales 39.2tn corresponden a combustible y tan solo 3.78tn para su peso vacío. Esto implica un diseño estructural optimizado

para las cargas longitudinales, con mínima resistencia a cargas laterales como las producidas por sustentación aerodinámica.

Pero en general el “giro gravitatorio” no permite adaptar la trayectoria a otros requerimientos de la misión. Es habitual que luego de los primeros segundos desde el lanzamiento se realice una maniobra de rolido para orientar el vehículo según el plano orbital buscado. Esto no implica una variación de ángulo de ataque, pero luego será necesario establecer un ángulo de elevación algo apartado de la vertical para iniciar la maniobra de inserción. Además podría ser necesario realizar variaciones de rumbo para evitar zonas pobladas o corregir el plano orbital.

En la ejecución de estas maniobras los ángulos de incidencia ya no serán nulos. Dado que resulta crítico mantener el parámetro  $Q\alpha$  (producto de la presión dinámica  $Q$  por el ángulo de ataque  $\alpha$ ) dentro de los límites de seguridad en todo el vuelo, tales maniobras deben realizarse tempranamente cuando la velocidad es baja, o luego de alcanzar alturas estratosféricas donde la densidad es baja.

## 2.2. Funciones de control

Podríamos pensar el vuelo atmosférico en varias fases:

1. despegue: ascenso vertical hasta una altura mínima de seguridad
2. maniobra de rolido: de ser necesario para ajustar la orientación geográfica de la terna de navegación
3. maniobra de cabeceo: adquisición del ángulo de elevación requerido para el giro gravitatorio
4. giro gravitatorio: vuelo con ángulos de incidencia nulos
5. correcciones de trayectoria: maniobra de tipo “dog leg” si fueran requeridas

Para ejecutar estas maniobras se requiere de un control de actitud. El control de los ángulos de incidencia podría lograrse usando como actuador el lazo de actitud, o bien de forma directa pero solo para la fase de giro gravitatorio.

Aunque por una cuestión de alcance existen aspectos que no serán considerados en este trabajo, no podemos dejar de mencionar la influencia de la dinámica estructural y el movimiento de propelentes en los tanques (“sloshing”) sobre un lazo de actitud. Por un lado, es importante evitar que este estimule los modos de flexión del fuselaje. Al mismo tiempo, es necesario considerar que las estimaciones de actitud y de fuerza lateral que podrían servir para determinar el ángulo de ataque pueden verse fuertemente influenciadas por estos modos mecánicos, dependiendo de la ubicación del arreglo de sensores inerciales (ISA) utilizados por la unidad de mediciones inerciales (IMU).

## 3. MODELO DINÁMICO

Para plantear el problema de control necesitamos contar con un modelo dinámico del proceso a controlar, que en este caso es la actitud del vehículo lanzador.

Asumiendo que las deformaciones elásticas poseen baja influencia sobre los efectos aerodinámicos (lo cual no implica la relación inversa), podemos analizar la dinámica del vuelo mediante un modelo de cuerpo rígido, para el cual se plantean las siguientes ecuaciones cardinales:

$$\frac{d\mathbf{p}^b}{dt} + \boldsymbol{\omega}^b \times \mathbf{p}^b = \mathbf{F}^b$$

$$\frac{d\mathbf{h}^b}{dt} + \boldsymbol{\omega}^b \times \mathbf{h}^b = \mathbf{M}^b$$

donde  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$  es el vector cantidad de movimiento (el superíndice  $^b$  indica que son proyecciones en la terna del cuerpo, que no es inercial), siendo  $m$  la masa total;  $\mathbf{h} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \bar{\mathbf{h}}$  es el momento cinético, donde  $\mathbf{J}$  el tensor de inercia y  $\bar{\mathbf{h}}$  el momento cinético neto de las masas rotantes si las

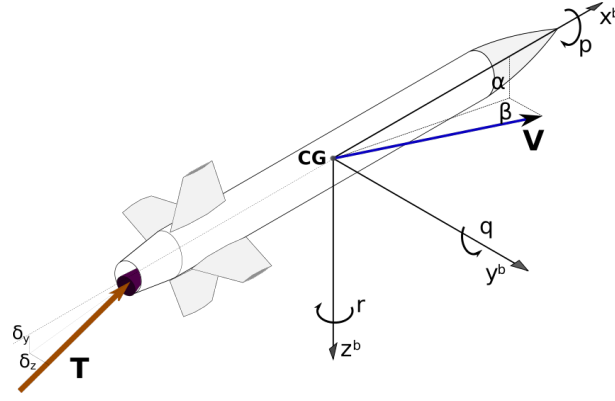


Figura 1

hay (por ejemplo, las turbobombas si no son contra-rotantes);  $\mathbf{F} = \{X, Y, Z\}$  es la resultante de las fuerzas aplicadas mientras que  $\mathbf{M} = \{L, M, N\}$  corresponden a los momentos respecto del centro de gravedad del cuerpo rígido.

Este modelo no puede asumirse como invariante en el tiempo debido a los marcados cambios de las propiedades másicas  $m(t)$  y  $\mathbf{J}(t)$  en el lado izquierdo del modelo, y de presión dinámica y número de Mach que afectan a los términos del lazo derecho.

Adoptamos el sistema de coordenadas propuesto por la ISO 1151 como se muestra en la figura 1. De acuerdo al mismo estándar se adopta una secuencia intrínseca  $z/y'/x''$  respecto de una terna geográfica local NED (“North-East-Down”) para definir ángulos de Euler  $\{\phi, \theta, \psi\}$  de rolido ( $x''$ ), cabeceo ( $y'$ ) y rumbo ( $z$ ).

Debe notarse que:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{p}^b}{dt} &= \dot{m}\mathbf{v} + m\dot{\mathbf{v}} \\ \frac{d\mathbf{h}^b}{dt} &= \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}\end{aligned}$$

El término  $\dot{m}\mathbf{v}$  queda absorbido en el empuje del motor, mientras que asumiremos despreciable el término  $\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}$  por las bajas velocidades angulares y velocidad de cambio de los momentos de inercia. Despreciando asimetrías en la distribución de masas respecto de los planos  $xy$  y  $xz$ , sin momento neto de masas rotantes, y definiendo para los momentos de inercia  $\bar{I} = I_{xx}$ ,  $I = I_{yy} = I_{zz}$ ,  $I_{\Delta} = (\bar{I} - I) / I$ :

$$\begin{Bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} + I_{\Delta}pr \\ \dot{r} - I_{\Delta}pq \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L/\bar{I} \\ M/I \\ N/I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{u} + qw - rv \\ \dot{v} + ru - pw \\ \dot{w} + pv - qu \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X/m \\ Y/m \\ Z/m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{Bmatrix} \quad (2)$$

donde hemos adoptado la notación  $\mathbf{v} = \{u, v, w\}$  y  $\boldsymbol{\omega} = \{p, q, r\}$  para velocidades lineales y angulares.

Para completar el lado derecho incluimos la fuerza gravitatoria y un modelo cuasi-estacionario para los efectos aerodinámicos. Esto último consiste en expresar las fuerzas y momentos resultantes en función de coeficientes aerodinámicos que solo dependen del número de Mach  $\mathcal{M}$ , de los ángulos de incidencia  $\boldsymbol{\alpha} = \{\alpha, \beta\}$ , de sus derivadas y de la velocidad angular; multiplicados

por la presión dinámica  $Q = 1/2\rho V^2$ :

$$F = Q\bar{S}c_f(\mathcal{M}, \alpha, \dot{\alpha}, \omega) \quad (3)$$

$$M = Q\bar{S}\bar{l}c_m(\mathcal{M}, \alpha, \dot{\alpha}, \omega)$$

siendo  $\bar{l}$  y  $\bar{S}$  una longitud y una superficie de referencia respectivamente, mientras que los coeficientes  $c_f$  y  $c_m$  son cantidades adimensionales.

## 4. CONTROL DEL ACTITUD

### 4.1. Cómputo de errores

Asumimos que el navegador inercial computa un cuaternión unitario  $\mathbf{q}_{eb}$  para la actitud de la aeronave, que surge de integrar apropiadamente la velocidad angular  $\boldsymbol{\omega}^b$ , y que representa la rotación para llevar un vector desde la terna rotada  $b$  a la terna de referencia  $e$ ,  $\mathbf{q}_{eb} : b \rightarrow e$  (un subíndice  $ab$  indica que la rotación es desde la terna  $b$  hasta la terna  $a$ ). Dada una referencia de actitud en forma de cuaternión  $\mathbf{q}_{er}$ , podemos calcular el cuaternión de error  $\mathbf{q}_{rb}$  como:

$$\mathbf{q}_{rb} = \mathbf{q}_{re} \cdot \mathbf{q}_{eb}$$

donde  $\mathbf{q}_{re} = \bar{\mathbf{q}}_{er}$  es el conjugado del cuaternión de referencia  $\mathbf{q}_{re}$ . El mapeo de este cuaternión de error en ángulos de Euler  $\{\phi_e, \theta_e, \psi_e\}$  (rolido, cabeceo, guiñada) da los errores de actitud en términos de rotaciones respecto de los ejes  $\{x^b, y^b, z^b\}$  respectivamente. Sin dudas, se trata de una secuencia de rotaciones, pero si sus magnitudes son pequeñas, las podemos considerar de forma independiente y simultánea sin introducir grandes errores.

### 4.2. Modelo para cabeceo/guiñada

Por simetría, con baja velocidad de rolido es posible desacoplar inercialmente la dinámica entre el eje  $x$  y los planos  $xy$  y  $xz$ , por lo cual analizaremos solo la dinámica en uno de ellos.

Tomando la dinámica en el plano  $xz$  asumiendo una velocidad de rolido despreciable  $p \approx 0$ , la actitud en este plano se reduce a un ángulo de cabeceo  $\theta$  y la velocidad angular  $q = \dot{\theta}$  alrededor del eje  $y$ .

Tomando la segunda ecuación de (1), la tercera de (2) (aproximando  $\alpha \approx w/V$ ) y tomando del modelo aerodinámico (3) para el momento en el eje  $y$ :

$$\dot{\alpha} = \frac{Q}{m}\bar{S}c_f(\mathcal{M}, \alpha, \dot{\alpha}, \omega) + g \cos \theta + f_\delta \sin \delta \quad , \quad f_\delta = \frac{T}{m} \quad (4)$$

$$\dot{q} = \frac{Q}{I_y}\bar{S}\bar{l}c_m(\mathcal{M}, \alpha, \dot{\alpha}, \omega) + \tau_\delta \sin \delta \quad , \quad \tau_\delta = \frac{T d_{tvc}}{I_y} \quad (5)$$

donde  $\delta$  es el ángulo de deflexión del vector de empuje  $T$  en el plano  $xy$  (rotación alrededor del eje  $y$ ). Completamos el modelo con la relación cinemática:

$$\dot{\theta}_e = q - \dot{r}_\theta \quad (6)$$

donde  $\dot{r}_\theta$  representa una referencia equivalente para el cabeceo.

### 4.3. Control super-twisting

Ya hemos recurrido al control super-twisting en trabajos previos de aplicación aero-espacial [7, 8, 6]. Este algoritmo fue propuesto por Levant en su trabajo seminal en 1993 [3], y ha sido utilizando en diversos campos demostrando sus altas cualidades de robustez.

Podemos expresar esta ley de control como:

$$\begin{aligned}\nu &= -\lambda_1[\phi]^{1/2} + \psi \\ \dot{\psi} &= -\lambda_2[\phi]^0\end{aligned}\quad (7)$$

donde  $\phi$  es una “variable de conmutación” adecuadamente diseñada para cumplir con los objetivos del lazo y resultar de grado relativo 1 respecto del control.

Si su derivada puede expresarse de la forma:

$$\dot{\phi} = \nu + \Delta \quad (8)$$

siendo  $\nu$  una acción de control virtual (función del control real) y  $\Delta$  un término que engloba la incertidumbre dinámica y perturbaciones, de acuerdo con [5] el algoritmo es estable y se alcanza el modo deslizante de segundo orden ( $\phi = \dot{\phi} = 0$ ) en tiempo finito si se cumple que:

$$\lambda_2 > L \quad , \quad \lambda_1 > \sqrt{\lambda_2 + L} \quad (9)$$

donde  $L$  es la constante de Lipschitz de la incertidumbre:  $|\dot{\Delta}| < L$ .

Para sistematizar el ajuste podemos elegir un valor de  $L$  y computar las ganancias con:

$$\lambda_1 = \alpha\sqrt{L} \quad , \quad \lambda_2 = \beta L \quad (10)$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  son valores de ajuste prescriptos que cumplan con (9). En particular, en este trabajo se eligió  $\alpha = 1,7$  y  $\beta = 1$  para minimizar la potencia media de la señal de control [4].

En este caso, el objetivo del control es anular  $\theta_e$ , que resulta de grado relativo 2. Podemos elegir como variable de conmutación un error de velocidad angular:  $\phi = q - r_q$  definiendo la referencia de velocidad  $r_q$  como:

$$r_q = -\omega_q \theta_e \quad (11)$$

Pero con esto la convergencia del error de actitud será exponencial.

Como alternativa, en [2] se presenta una generalización del algoritmo supertwisting para obtener modos deslizantes de orden superior. En este caso podemos considerar el 3-STC, para el cual:

$$\begin{aligned}\phi &= k_2[z_1]^{2/3} + z_2 \\ z_1 &= \sigma_3 \quad , \quad z_2 = \dot{z}_1 = \dot{\sigma}\end{aligned}\quad (12)$$

en donde  $\sigma$  es una variable de deslizamiento de grado relativo 2 respecto del control. Esto produce un modo deslizante de tercer orden en tiempo finito ( $\sigma = \dot{\sigma} = \ddot{\sigma} = 0$ ). Para este problema podemos plantear  $\sigma = \theta_e$ .

Para ajustar las ganancias necesitamos estimar  $L$ . Derivando (12) :

$$\dot{\phi} = 2/3 k_2[\theta_e]^{-1/3} \dot{\theta}_e + \ddot{\theta}_e \quad (13)$$

Derivando (6):

$$\ddot{\theta}_e = \dot{q} - \ddot{r}_\theta \quad (14)$$

y sustituyendo en (13):

$$\dot{\phi} = [\Delta_3 + \Delta_a + \Delta_\tau + \ddot{r}_\theta] + \nu \quad (15)$$

donde:

$$\nu = \bar{\tau}_\delta \sin \delta$$

siendo  $\bar{\tau}_\delta$  una aproximación del término  $\tau_\delta$  en (5), mientras que el término entre corchetes es la incertidumbre  $\Delta$ , siendo:

$$\begin{aligned}\Delta_a &= \frac{Q}{I_y} \bar{S} \bar{C}_f(\mathcal{M}, \boldsymbol{\alpha}, \dot{\boldsymbol{\alpha}}, \boldsymbol{\omega}) \\ \Delta_\tau &= [\tau_\delta \sin \delta - \nu] \\ \Delta_3 &= 2/3 k_2 [\theta_e]^{-1/3} (q - \dot{r}_\theta)\end{aligned}$$

Si mantenemos acotada la aceleración de la referencia angular  $\ddot{r}_\theta$  (diseñando apropiadamente el plan de vuelo), con errores pequeños de actitud la constante de Lipschitz  $L$  será equivalente básicamente a la máxima velocidad de cambio que pueda experimentarse en el término aerodinámico  $\Delta_a$ . Este resulta en una aceleración angular, por lo cual su derivada es el jerk inducido por el momento aerodinámico.

De simulaciones con un control lineal observamos en condiciones normales valores  $|\dot{\alpha}| < 0,5^0/s$ . Con esto encontramos una cota  $|\Delta_a| < 0,035s^{-2}$ . Elegimos  $\lambda_2 = 0,05$ ,  $\lambda_1 = 0,04$ .

## 5. VALIDACIÓN

El control debe funcionar en tiempo discreto. Debido a los condicionamientos en la tasa de actualización que podemos obtener del navegador inercial y de transmisión de comandos para los actuadores del TVC, consideramos una frecuencia de muestreo de  $100hz$ .

Implementamos este algoritmo en tiempo discreto mediante una integración implícita para el término  $\psi$  de la (7), de acuerdo a lo propuesto en [1].

### 5.1. Simulación

Evaluamos el desempeño del 3-STC mediante una simulación, en el cual modelamos la dinámica del vehículo como un cuerpo rígido, pero incluyendo un modelo dinámico de primer orden con ancho de banda de  $10 s^{-1}$  para los actuadores del TVC, lo cual impacta como dinámica no modelada en el diseño.

Usamos un modelo aerodinámico basado en tablas de coeficientes en función del número de Mach y de los ángulos de incidencia. Para la posición del centro de gravedad y el tensor de inercia usamos datos tabulados en función de la masa instantánea.

Para el empuje consideramos un modelo simple de la forma:

$$T = \dot{m}v_e + (p_e - p_0) A_e \quad (16)$$

donde  $v_e$ ,  $p_e$  y  $A_e$  con la velocidad, presión y área en el escape de la tobera. Tomamos como caso de estudio el de un vehículo suborbital de  $11m$  de longitud y  $2,2tn$  de masa, marginalmente estable desde el punto de vista aerodinámico en la fase final del vuelo.

Para plantear un caso con exigencia elevada sobre el lazo de control, se simula una trayectoria no-óptima compuesta por un segmento de ascenso vertical seguido de una maniobra de cabeceo y luego un vuelo con actitud constante. Esto induce ángulos de ataque no-nulos, lo cual se traduce en un momento aerodinámico particularmente significativo en el segmento de alta presión dinámica. Se agrega además una cortante de viento de  $10m/s$  a  $10m$  de altura con variación potencial con la altura hasta los  $500m$ , a la cual se superpone una ráfaga discreta de forma “uno menos coseno” entre los  $100m$  y los  $200m$ .

Como caso de comparación se realiza una simulación con un control lineal ajustado para mantener el ancho de banda del lazo cerrado próximo pero menor al del actuador. Las ganancias se ajustan en función de la variación de momento de inercia y posición del CG.

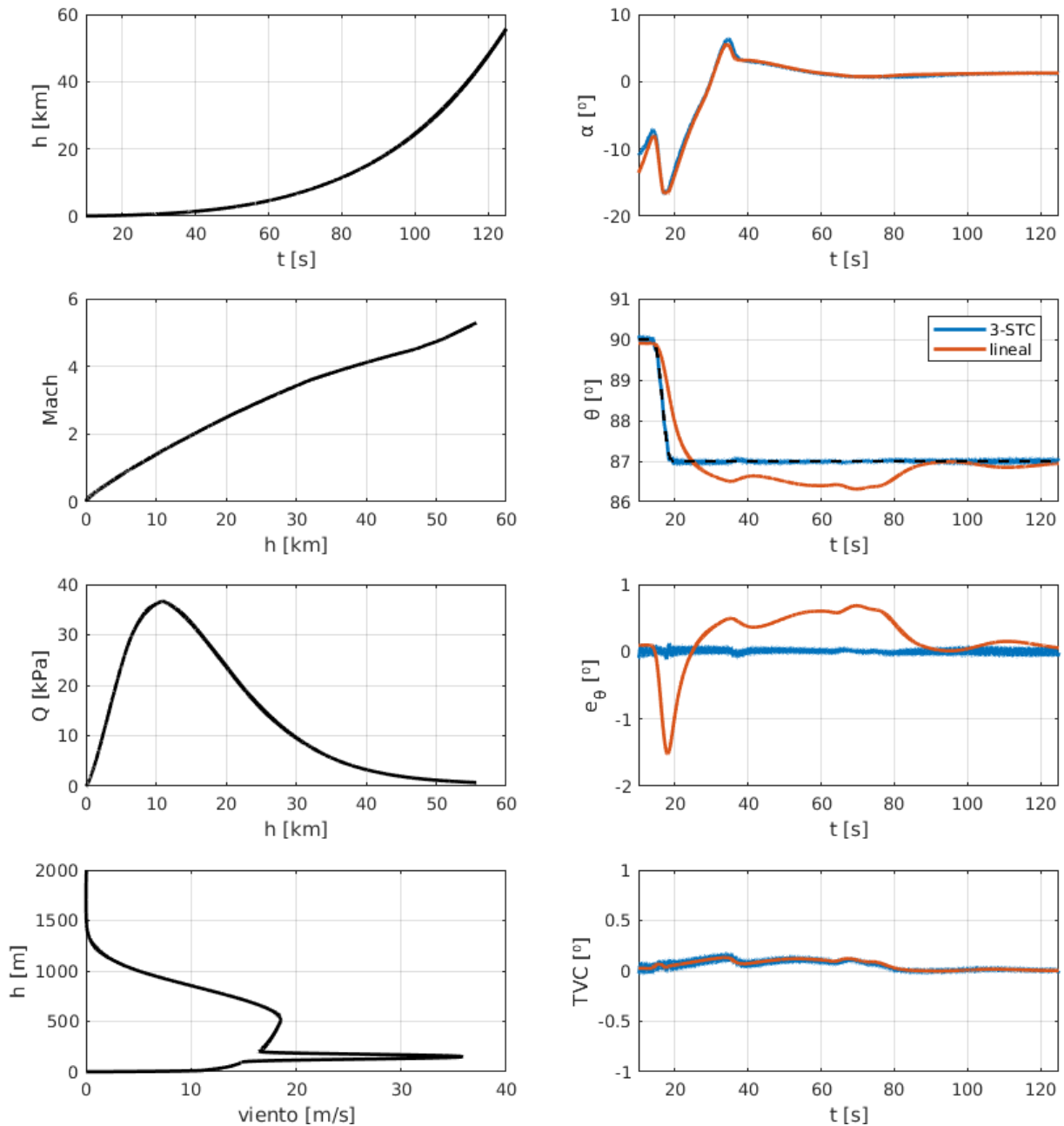


Figura 2: parámetros del vuelo con control lineal y 3-STC

## 5.2. Resultados

En las gráficas de la figura 2 se muestran a la izquierda los parámetros del vuelo entre el despegue y el MECO (Main Engine Cutt Off). A la derecha se comparan los aspectos asociados al control.

En la tercer gráfica de la derecha se muestran los errores de actitud. Se observa que el control 3-STC es muy superior al lineal. Sin embargo, se debe mencionar que se observa un nivel de “chattering” característico del control por modos deslizantes, inducido principalmente por la dinámica no modelada del actuador; y que no se han considerado los ruidos de medición de la velocidad angular que podrían afectar negativamente la señal de comando. Estos aspectos deberán ser abordados para obtener una implementación práctica de este algoritmo de control.

## 6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

De los resultados obtenidos consideramos que un control super-twisting de tercer orden sería viable para el control de actitud de un lanzador espacial. Sus excelentes características de robustez permiten un control muy preciso de la actitud, con la condición de diseñar un plan de vuelo con derivadas segundas lo suficientemente acotadas para evitar una salida auto-inducida del modo deslizante.

Pero para su implementación práctica deben abordarse al menos dos cuestiones. Por un lado, debe notarse que el algoritmo de control requiere computar  $\phi$  en tiempo real de acuerdo con la (12), lo cual involucra no solo al error de actitud sino también a su derivada en ( $z_2 = \dot{\theta}_e$ ). Este último puede obtenerse restando la derivada de la referencia a la medición de velocidad angular. Aunque dicha derivada puede calcularse off-line, debe tenerse en cuenta como posible inconveniente práctico que los ruidos de medición para la velocidad angular pueden ser elevados si no se utilizan giróscopos de grado táctico o de navegación (FOG o RLG).

Por otra parte, es necesario considerar esquemas para mitigar los efectos del “chattering” en la acción de control.

## 7. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue realizado con el apoyo de la Facultad de Ingeniería-UNLP, el CONICET y la ANPCyT.

## Referencias

- [1] B. Brogliato, A. Polyakov, and D. Efimov. The implicit discretization of the super-twisting sliding-mode control algorithm. *IEEE Transactions on Automatic Control, Institute of Electrical and Electronics Engineers*, 65(8):3707–3713, 2020.
- [2] S. Kamal, A. Chalanga, J. A. Moreno, L. Fridman, and B. Bandyopadhyay. Higher order super-twisting algorithm. In *13th IEEE Workshop on Variable Structure Systems*, 7 2014.
- [3] A. Levant. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International Journal of Control*, 80(58):1247–1263, 1993.
- [4] U. Pérez-Ventura and L. Fridman. Design of super-twisting control gains: A describing function based methodology. *Automatica*, (99):175–180, 2019.
- [5] R. Seeber and M. Horn. Stability proof for a well-established super-twisting parameter setting. *Automatica*, 2017.
- [6] A. Zumarraga, P. Puleston, and L. Fridman. Control super-twisting generalizado para un multicoptero en vuelo estacionario bajo condiciones atmosféricas adversas. In *27º Argentine Conference on Automatic Control (AADECA 20)*, 2020.
- [7] A. J. Zumarraga, B. M. Concia, and P. F. Puleston. Control de actitud para un planeador espacial: Enfoque lineal y por modo deslizante. In *X Congreso Argentino de Tecnología Espacial - CATE 19*. Asociación Argentina de Tecnología Espacial, 2019.
- [8] A. J. Zumarraga, B. M. Concia, and P. F. Puleston. Control digital super-twisting adaptable de alto orden para la actitud de un planeador espacial. In *6o Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica*. Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional Haedo, 2021.