

# DETERMINACIÓN NUMÉRICA DE LAS DERIVATIVAS ESTÁTICAS Y DINÁMICAS DE UNA AERONAVE

Carlos Sacco<sup>1</sup>, Juan P. Giovacchini<sup>1</sup> y Franco Giuggioloni<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Ingeniería Aeroespacial, Facultad de Ingeniería, Centro Regional Universitario Córdoba - IUA, Universidad de la Defensa Nacional.

<sup>2</sup> Fábrica Argentina de Aviones - FAdeA S.A.  
email: csacco@iua.edu.ar

## RESUMEN

*Este trabajo presenta una descripción de métodos y modelos utilizados para determinar las derivativas estáticas y dinámicas en aeronaves utilizando herramientas numéricas basadas en la mecánica de fluido computacional. La evaluación de las fuerzas actuantes sobre la aeronave como resultado de una serie de maniobras prescritas se obtiene resolviendo de manera numérica - utilizando el método de elementos finitos - las ecuaciones de Navier-Stokes incompresibles en una formulación no-inercial. Se analiza un caso de prueba para verificar el algoritmo propuesto y un problema central que es la determinación de las derivativas longitudinales y laterales de una aeronave de entrenamiento primario militar. Se obtienen resultados aceptables y comparables a los encontrados con otros métodos y herramientas estándar de la literatura.*

**Palabras clave:** Derivativas dinámicas, Navier-Stokes, Elementos Finitos

## INTRODUCCIÓN

La determinación precisa de las características de estabilidad y control de una aeronave durante la etapa de diseño es un proceso complejo y costoso. Dependiendo de la fase de diseño y desarrollo, se determinan utilizando diversas fuentes. Una combinación de métodos analíticos con resultados semi-empíricos son los menos costosos y más utilizados en una etapa de diseño preliminar. Los ensayos en vuelo sobre el prototipo brindan los resultados más precisos, son costosos y se los utiliza en una etapa de verificación final ya que se analiza un diseño globalmente consumado. Una opción intermedia - en costo y precisión - a las anteriores son los ensayos en túnel de viento y diferentes métodos numéricos de CFD (Computational Fluid Dynamics). Estos permiten modelar con mayor o menor grado de detalle los fenómenos físicos involucrados en el vuelo de la aeronave. Existen diversos modelos de CFD, desde métodos de flujo potencial (VLM - Vortex Lattice Method) con una representación de utilidad en respuestas lineales a bajos ángulos de ataque, hasta una solución completa de las ecuaciones de Navier-Stokes, de utilidad cuando ocurren fenómenos no estacionarios y no-linealidades fuertes. Estos fenómenos son los más complejos de capturar con precisión, perceptibles a elevados ángulos de ataque.

La mayor parte de los modelos que se utilizan para el análisis de la mecánica del vuelo se basan en derivativas aerodinámicas. El concepto de derivativa, introducido en [2], es un modelo estándar para representar las cargas aerodinámicas en la ecuación de movimiento. Asume una relación funcional para las fuerzas y momentos aerodinámicos, y los expresa vía una expansión en serie de Taylor descartando términos de alto orden. Debido a la naturaleza de las derivativas, se dividen en estáticas y dinámicas. Cuando existen movimientos lentos y a pequeños ángulos de ataque, las estáticas son suficientes para describir las fuerzas aerodinámicas. A elevados ángulos de ataque y velocidades de rotación, es necesario incluir las derivativas dinámicas.

Independientemente de la precisión del método utilizado para determinar las fuerzas actuante sobre la aeronave, las estáticas son relativamente más simples de obtener que las dinámicas. La obtención mediante herramientas numéricas [7, 4] o experimentales [9, 12, 10] de las derivativas

dinámicas es algo más compleja. Es necesario evaluar la respuesta aerodinámica a una maniobra prescrita dependiente del tiempo.

En este trabajo se implementa un algoritmo numérico para obtener las fuerzas aerodinámicas actuantes sobre una aeronave en una serie de maniobras prescritas. Se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes incompresibles formuladas en un referencial no-inercial discretizadas con el método de elementos finitos. Utilizando el algoritmo propuesto, implementado en un software de desarrollo propio, se analizan dos problemas de interés. En primer lugar se encuentran las derivativas estáticas y dinámicas longitudinales de un ala infinita con sección transversal NACA 0012. Este es un caso de prueba para verificar y comparar resultados con los obtenidos en la literatura utilizando otros métodos. Luego se buscan las derivativas estáticas y dinámicas longitudinales de una aeronave categoría entrenador primario militar, y se comparan con estimaciones obtenidas con otros métodos de análisis. A continuación se presenta una descripción del modelo matemático del problema de fluidos y del método numérico utilizado. Luego se presentan detalles sobre las derivativas y su evaluación numérica. Para finalizar se presentan resultados de los casos mencionados y conclusiones finales.

## MODELO MATEMÁTICO DEL FLUIDO

En el problema de interés se quiere determinar con precisión las fuerzas actuantes sobre un cuerpo rígido (aeronave) con movimiento prescrito (maniobras) inmerso en un fluido, lejos de la influencia de fronteras u otros cuerpos con movimiento relativo. En particular se quiere conocer la variación de coeficientes de fuerzas aerodinámicas en función de sus variables dependientes manteniendo fijas un conjunto de ellas. El problema de fluido es en general no estacionario, pueden existir regiones importantes en cercanías de la aeronave con perturbaciones considerables del campo de movimiento (desprendimientos - macro turbulencia). Dada la naturaleza no estacionaria, no existen resultados analíticos válidos en la teoría de aerodinámica clásica - para geometrías arbitrarias - que permita aproximar el comportamiento de la aeronave en estas condiciones.

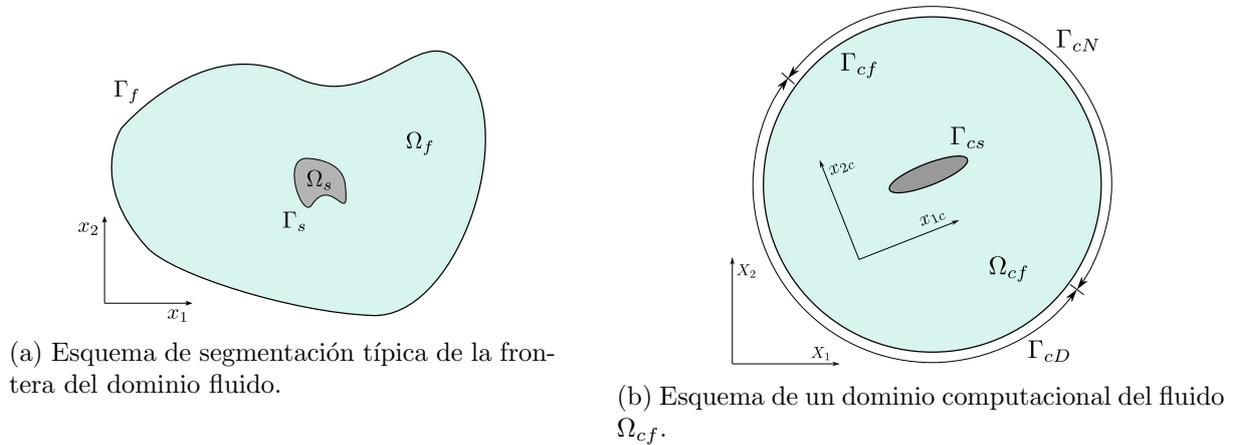


Figura 1: Esquemas del dominio fluido y de un dominio computacional bidimensional.  $x_{1c}, x_{2c}$ : coordenadas del sistema de referencia no inercial del dominio computacional.  $X_1, X_2$ : coordenadas del sistema inercial.

La figura 1a muestra un esquema del dominio de interés.  $\Omega_f$  y  $\Omega_s$  representan el dominio fluido y sólido respectivamente, ambos en contacto a través de una frontera  $\Gamma_s$ , superficie externa de la aeronave.  $\Omega_s$  se mueve libremente inmerso en  $\Omega_f$  con un movimiento prescrito.  $\tilde{\Gamma}_f = \Gamma_f \cup \Gamma_s$  es la frontera de  $\Omega_f$ .  $\Gamma_f$ , es una frontera no física, permanece siempre lejos de  $\Gamma_s$ , en el caso a modelar:  $\Gamma_f \rightarrow \pm\infty$ . Las fronteras no tienen influencia en el movimiento del fluido en cercanías del sólido.

Dadas las condiciones enunciadas, el problema se puede formular o representar - por conveniencia - siguiendo al menos dos alternativas factibles. Una donde el dominio computacional tiene movimiento arbitrario prescrito siguiendo en todo momento el movimiento del sólido. Las cantidades cinemáticas son siempre relativas a un referencial inercial, formulación ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) [5]. La otra alternativa, utilizada en este trabajo, consiste en analizar el fluido en un referencial no-inercial solidario siempre al cuerpo rígido. El dominio computacional es estático, el desplazamiento se introduce de manera indirecta vía condiciones de borde y términos fuentes en las ecuaciones de la dinámica del fluido con origen en las aceleraciones del referencial. Las cantidades cinemáticas son siempre relativas al referencial no-inercial. El fluido se modela como uno viscoso, incompresible e isotérmico, las ecuaciones de Navier-Stokes formuladas en un referencial no-inercial determinan su dinámica:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}_r \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{g} - \left[ \mathbf{a}_R + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) \right] \quad (1)$$

con  $\mathbf{v}$  la velocidad del fluido relativa al referencial no-inercial,  $\rho$  la densidad del fluido de viscosidad  $\nu$ ,  $p$  es la presión y el término entre  $[\cdot]$  corresponde a la aceleración del referencial no-inercial (especificada por la maniobra en el caso puntual de interés).  $\mathbf{a}_R$ ,  $\boldsymbol{\Omega}$  y  $\dot{\boldsymbol{\Omega}}$  son la aceleración rectilínea, velocidad y aceleración angular del referencial respectivamente, con  $\mathbf{r}$  la coordenada espacial. El problema (1) queda completamente definido especificando condiciones de contorno apropiadas para las variables primitivas y valores que adoptan para algún tiempo inicial  $t = t_0$ . Como esquema numérico se utiliza uno de pasos fraccionados [14], donde desde las ecuaciones de NS propuestas se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales consistentes:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{v}} &= \mathbf{v}^t + \delta t \left( -\mathbf{v}_r^t \cdot \nabla \mathbf{v}^t + \nu \nabla^2 \mathbf{v}^t + \mathbf{g}^t - \left[ \mathbf{a}_R^t + \dot{\boldsymbol{\Omega}}^t \times \mathbf{r}^t + 2\boldsymbol{\Omega}^t \times \mathbf{v}^t + \boldsymbol{\Omega}^t \times (\boldsymbol{\Omega}^t \times \mathbf{r}^t) \right] \right) \\ \frac{\rho}{\delta t} \nabla \cdot \hat{\mathbf{v}} &= \nabla^2 p^{t+\delta t} \\ \mathbf{v}^{t+\delta t} &= \hat{\mathbf{v}} - \frac{\delta t}{\rho} \nabla p^{t+\delta t} \end{aligned} \quad (2)$$

el superíndice  $t$  indica un estado temporal de la variable, y  $\delta t$  el paso temporal. Este método hace una primera aproximación al campo de velocidad  $\mathbf{v}^{t+\delta t}$  mediante  $\hat{\mathbf{v}}$ , una velocidad que satisface la ecuación de evolución contemplando únicamente fenómenos difusivos y convectivos, sin contribuciones de la presión  $p$ . Luego, se consideran las contribuciones de la presión para evolucionar desde  $\hat{\mathbf{v}}$  hacia  $\mathbf{v}^{t+\delta t}$ . En esencia se desacoplan los efectos difusivos y convectivos de los originados por la presión, y esta actúa para forzar la restricción de incompresibilidad.  $p^{t+\delta t}$  es una aproximación a la presión ya que se obtiene utilizando  $\hat{\mathbf{v}}$ . Luego, conocido  $\hat{\mathbf{v}}$  y  $p^{t+\delta t}$  se puede encontrar una aproximación a  $\mathbf{v}^{t+\delta t}$ .

Se utiliza el método de elementos finitos, con distribuciones lineales de las variables del problema, para discretizar en el espacio el conjunto de ecuaciones (2) del esquema numérico propuesto. La formulación propuesta para la dinámica del fluido (1) presenta una ventaja significativa, ya que no es necesario recalcular las matrices elementales en cada paso de tiempo, como ocurre en las formulaciones convencionales de Elementos Finitos con dominios en movimiento. Como la discretización de los términos convectivos producen inestabilidad numérica, para lograr un correcto comportamiento del algoritmo se deben añadir términos de estabilización. En este trabajo se utiliza el método de estabilización OSS (*Orthogonal Subscale Stabilization*) [11, 3]. En todos los casos que se analizan se utilizó un modelo de turbulencia algebraico de Smagorinsky [13].

La elección del dominio computacional  $\Omega_{cf} \subset \Omega_f$  es una de compromiso entre precisión del resultado y costo computacional. Se elige  $\Omega_{cf}$  tan pequeño como sea posible tal que sus fronteras ficticias  $\Gamma_{cf}$  estén suficientemente lejos de  $\Gamma_{cs}$  y no alteren la solución introduciendo perturbaciones indeseadas en el campo de movimiento. En los problemas abordados  $\Omega_{cf}$  es - por simplicidad - un cilindro (infinito) para el caso bidimensional y una esfera para el tridimensional. En la figura

1b se muestra un esquema de un dominio bidimensional, donde la geometría del cuerpo que se analiza (elipse en tonos oscuros) permanece siempre en la región central, lejos de las fronteras. Se distinguen dos tipos de condiciones de borde de interés, de Dirichlet donde se impone el valor de la variable  $v$  en una región  $\Gamma_{fD} \subset \tilde{\Gamma}_{cf}$ ; y de Neumann donde se imponen los flujos normales de las variables en a región  $\Gamma_{fN} \subset \tilde{\Gamma}_{cf}$ :

$$v_i = f_i(\mathbf{x}_{sD}, t) \quad , \quad \mathbf{x}_{sD} \in \Gamma_{cD} \quad ; \quad \sigma_{ij} n_j(\mathbf{x}_{sN}, t) = h_i(\mathbf{x}_{sN}, t) \quad , \quad \mathbf{x}_{sN} \in \Gamma_{cN} \quad (3)$$

con  $f_i(\mathbf{x}_s, t)$  y  $h_i(\mathbf{x}_{sN}, t)$  funciones conocidas. En la figura 1a se muestra una segmentación esquemática de la frontera  $\tilde{\Gamma}_{cf} = \Gamma_{cD} \cup \Gamma_{cN}$ . Sobre la frontera sólida  $\Gamma_{cs}$  se imponen condiciones de borde dadas por ley de pared. La frontera externa de  $\Gamma_{cf}$  está segmentada en dos partes de igual tamaño, en  $\Gamma_{cD}$  se impone la velocidad, en  $\Gamma_{cN}$  tracción normal nula. En el esquema de la figura se enfatiza la existencia de dos referenciales, uno no-inercial solidario al dominio computacional ( $x_{1c}, x_{2c}$ ), y otro inercial fijo en el espacio ( $X_1, X_2$ ). Las condiciones de borde y los términos fuentes de aceleración contienen información sobre el movimiento arbitrario acelerado del dominio computacional. En este sentido, las condiciones de borde de velocidad tienen la dirección opuestas al movimiento de la frontera relativo al referencial inercial. Como el movimiento del cuerpo está prescrito, también lo está el del dominio computacional, el término fuente que contiene el aporte no-inercial de las aceleraciones y las condiciones de borde para todo tiempo.

## DERIVATIVAS ESTÁTICAS Y DINÁMICAS

Las fuerzas y momentos que actúan sobre una aeronave dependen de forma compleja de valores actuales y pasados de diversas variables, como el ángulo de ataque, la velocidad del flujo, etc. Para simplificar el modelo se formula la hipótesis de que las variaciones en el flujo son lentas y la masa e inercia del vehículo son mayores que la masa de aire que lo rodea. Bajo estas hipótesis se puede considerar que el flujo es cuasi-estacionario. De la hipótesis anterior se exceptúan los efectos de rotación  $q$  y de la frecuencia reducida  $\kappa$ . De esta forma, un coeficiente aerodinámico se puede escribir con la siguiente relación funcional:

$$C_i = f_i(\alpha, \beta, \text{Ma}, \text{Re}) + g_i(q) + h_i(\kappa) \quad , \quad i = L, D, Y, m, l, n \quad (4)$$

donde el subíndice  $i$  se utiliza para indicar los tres coeficientes de fuerza: de sustentación  $C_L$ , de resistencia  $C_D$ , y de fuerza lateral  $C_Y$ ; y los tres coeficientes de momento: de cabeceo  $C_m$ , rolido  $C_l$  y guiñada  $C_n$ . Las direcciones positivas de fuerzas, momentos y rotaciones se indica en el esquema de la figura 2e. La función  $f_i$  en (4) se utiliza para representar efectos estáticos que dependen del ángulo de ataque  $\alpha$ , de deslizamiento  $\beta$ , número de Mach (Ma) y de Reynolds (Re). Las función  $g_i$  contempla contribuciones de la velocidad de rotación  $q$ ; mientras que  $h_i$  los movimientos oscilatorios a través de la frecuencia reducida  $\kappa$  (se define a posteriori).

## EVALUACIÓN NUMÉRICA DE LAS DERIVATIVAS

Las derivativas estáticas  $C_{ij}$ ,  $i = L, D, Y, l, m, n$  y  $j = \alpha, \beta, p, q, r$  se obtienen de manera clásica utilizando expresiones en diferencias para evaluaciones de  $C_i$  a diferentes  $j$ . Las derivativas dinámicas  $C_{ij}$ ,  $j = \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$  (con la combinación  $ij$  que corresponda según la relación funcional adoptada) se obtienen de una combinación de maniobras apropiadas - más elaborado que el caso estático - que permiten recuperar coeficientes de fuerzas y momentos de manera desacoplada (en fase y fuera de fase con una excitación externa).

Por claridad se presenta el caso de fuerzas y momentos longitudinales, los casos de fuerzas laterales, momento de rolido y guiñada tienen un tratamiento análogo [12, 10]. En [7, 4] se pueden encontrar detalles de la formulación presentada en esta sección. Se considera que las fuerzas y momentos longitudinales tienen una relación funcional en términos del ángulo de

ataque  $\alpha$ , velocidad angular de rotación en cabeceo  $q$ , y de sus derivadas temporales  $\dot{\alpha}$  y  $\dot{q}$ . A primer orden la variación de los coeficientes longitudinales  $\delta C_L$ ,  $\delta C_D$  y  $\delta C_m$  es:

$$\delta C_i = C_{i\alpha}\delta\alpha + aC_{i\dot{\alpha}}\delta\dot{\alpha} + aC_{iq}\delta q + a^2C_{i\dot{q}}\delta\dot{q} \quad , \quad i = L, D, m \quad (5)$$

con  $a = \frac{c}{2U_\infty}$ ,  $c$  una longitud de referencia y  $U_\infty$  la velocidad de vuelo sin perturbaciones, lejos de la aeronave. En (5)  $C_{ij} = \frac{\partial C_i}{\partial j}$ ,  $j = \alpha, \dot{\alpha}, q, \dot{q}$ . Al tomar derivada parcial respecto a cualesquiera  $j$ , el resto permanecer constante.

Obtenidas las derivativas estáticas longitudinales, las dinámicas se encuentran evaluando la respuesta a una maniobra donde se impone una oscilación armónica de la aeronave alrededor de su centro de gravedad ( $cg$ ). Como las perturbaciones se plantean en el centro de rotación de la aeronave,  $q = \dot{\alpha}$  y  $\dot{q} = \ddot{\alpha}$ . Si  $\alpha_f$  y  $\omega$  son la amplitud y frecuencia de las oscilaciones respecto el centro de rotación, se puede escribir:

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_f \sin(\omega t) \quad , \quad \dot{\alpha} = q = \alpha_f \omega \cos(\omega t) \quad , \quad \ddot{\alpha} = \dot{q} = -\alpha_f \omega^2 \sin(\omega t) \quad (6)$$

con  $\alpha_0$  un ángulo de ataque de referencia. En la figura 2d se muestra un esquema de la maniobra oscilatoria impuesta. Luego de (5) se tiene:

$$\delta C_i = \bar{C}_{i\alpha}\alpha_f \sin(\omega t) + \bar{C}_{iq}\alpha_f \kappa \cos(\omega t) \quad (7)$$

con  $\kappa = a\omega = \frac{\omega c}{2U_\infty}$  la frecuencia reducida,  $\bar{C}_{i\alpha} = (C_{i\alpha} - \kappa^2 C_{i\dot{q}})$  un coeficiente en fase con el movimiento armónico, y  $\bar{C}_{iq} = (C_{i\dot{\alpha}} + C_{iq})$  uno fuera de fase. La ecuación (7) se puede interpretar como el primer término de una expansión en serie de Fourier:

$$\bar{C}_{i\alpha} = \frac{2}{\alpha_f n T} \int_0^{nT} \delta C_i(t) \sin(\omega t) dt \quad , \quad \bar{C}_{iq} = \frac{2}{\alpha_f \kappa n T} \int_0^{nT} \delta C_i(t) \cos(\omega t) dt \quad (8)$$

donde  $\delta C_i(t)$  representa el incremento en el coeficiente longitudinal generado por la maniobra de oscilación de período  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ .

Luego las derivativas dinámicas se obtienen a partir de tres simulaciones donde se impone un movimiento prescrito a la aeronave. Dos son de origen estático, las realizadas para determinar  $C_{i\alpha}$  y  $C_{iq}$ , y una donde se encuentra  $\delta C_i$  a partir del movimiento oscilatorio de rotación alrededor del  $cg$ .  $C_{i\dot{\alpha}}$  y  $C_{i\dot{q}}$  se obtienen de manera indirecta. De (8) se obtiene  $\bar{C}_{i\alpha}$ , luego de su definición - y conocido  $C_{i\alpha}$  - se encuentra un valor numérico para la derivativa  $C_{i\dot{q}}$ . Conocido  $C_{iq}$  de una maniobra de rotación alrededor de un punto en el espacio (ver esquema de la maniobra en la figura 2a), de la definición de  $\bar{C}_{iq}$  y de (8) se obtiene  $C_{i\dot{\alpha}}$ .

## RESULTADOS

En esta sección se presentan resultados de derivativas estáticas y dinámicas longitudinales para dos problemas de interés. Se analiza un ala infinita con un una sección transversal del perfil aerodinámico NACA 0012. Este caso de prueba permite verificar el algoritmo propuesto replicando resultados conocidos [1] para el perfil aerodinámico NACA 0012. El dominio computacional es uno tridimensional emulando un ala de envergadura infinita a través de condiciones de borde de simetría. El segundo problema analizado corresponde a la evaluación numérica de las derivativas estáticas y dinámicas longitudinales de una aeronave categoría entrenador primario militar IA100-B. De esta geometría se tienen resultados [8] obtenidos con otros métodos numéricos.

### DERIVATIVAS ALA INFINITA - NACA 0012

En esta sección se presentan resultados del análisis de un ala infinita donde la sección transversal es la del perfil aerodinámico NACA 0012. La geometría analizada tiene una envergadura  $b = 1$  [m], y una cuerda  $c = 1$  [m]. El problema se analiza a  $Re = 6,8 \times 10^6$  constante para todas

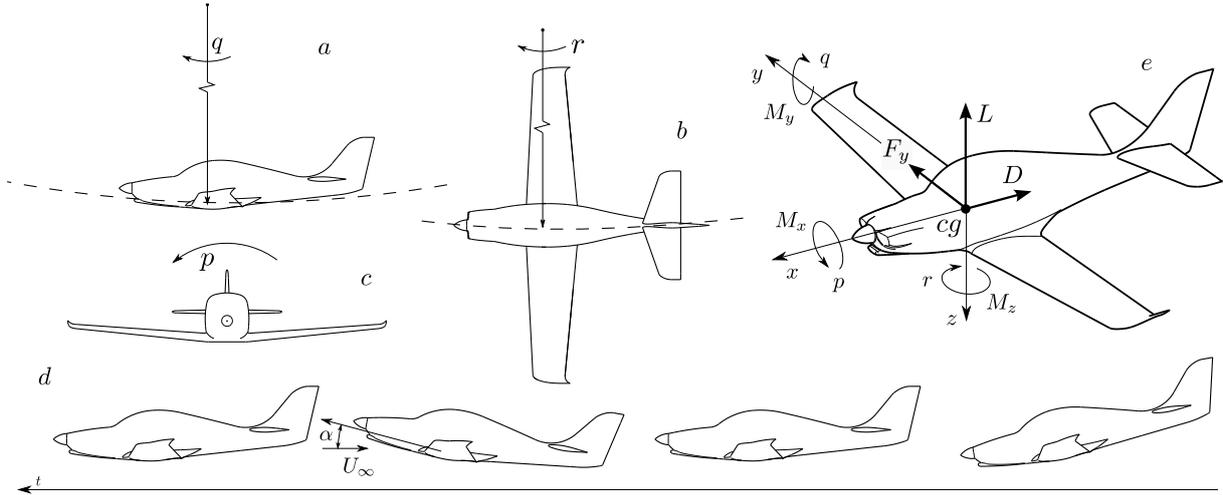


Figura 2: Esquema del movimiento impuesto a la aeronave para las maniobras analizadas. *a* : rotación a velocidad  $q$  respecto a un punto fijo. *b* : rotación a velocidad de guiñada  $r$ . *c* : rotación a velocidad de rolido  $p$ . *d* : variación armónica del ángulo de ataque  $\alpha$ . *e* : Esquema de ejes de referencia y direcciones positivas para velocidades angulares, fuerzas y momentos sobre la aeronave.

las evaluaciones. El dominio computacional es un cilindro con el perfil posicionado en la región central, donde el punto del 50% de la cuerda coincide con el origen del sistema de referencia. Las condiciones de borde de velocidad y tracción nula se imponen sobre las fronteras como se muestra en el esquema de la figura 1b. En la tabla 1 se muestran resultados obtenidos para las derivativas estáticas y dinámicas longitudinales, en los coeficientes  $C_L$  y  $C_m$ . Debido a que las derivativas varían con la frecuencia de la perturbación, se analizan diferentes  $\kappa$  para evaluar su comportamiento. Se puede observar que para valores de  $\kappa \leq 0,04$   $\bar{C}_{L\alpha} \rightarrow C_{L\alpha}$ , luego los términos  $C_{L\dot{\alpha}}$  y  $C_{L\dot{q}}$  no tienen influencia en las derivativas. Los valores obtenidos que no dependen de la frecuencia son  $C_{L\alpha} = 0,109$ ,  $C_{L\bar{q}} = -0,168$ ,  $C_{m\alpha} = 0,0265$ ,  $C_{m\bar{q}} = -0,0283$ . Estos tienen una buena correlación con los presentados en la literatura [1] ( $C_{L\bar{q}} = -0,179$ ) o los obtenidos de manera analítica [6] ( $C_{L\bar{q}} = -0,164$ ) para el problema bidimensional. Los valores de  $C_{m\bar{q}}$  no se pueden comparar de manera directa ya que en [1] el punto de evaluación del momento no está definido de manera clara. Si bien el modelo del fluido en ambas referencias es diferente al utilizado aquí (uno no viscoso), estas comparaciones permiten validar el algoritmo utilizado para obtener los resultados presentados en este trabajo.

Los valores en la tabla 1 están expresados en términos de las variables:  $\bar{q} = \frac{qc}{2U_\infty}$ ,  $\dot{\bar{q}} = \frac{\dot{q}c^2}{4U_\infty^2}$ ,  $\dot{\alpha} = \frac{\dot{\alpha}c}{2U_\infty}$ . No se dispone de resultados para comparar con las derivativas dinámicas  $C_{L\dot{\alpha}}$ ,  $C_{L\dot{q}}$ ,  $C_{m\dot{\alpha}}$ , y  $C_{m\dot{q}}$  presentadas.

En la figura 3 se muestra la distribución de presión en un estado temporal para la maniobra dinámica de perturbación del ángulo de ataque junto con algunas líneas de corriente que describen el campo de velocidad.

## DERIVATIVAS DE LA AERONAVE IA100-B

En esta sección se muestran resultados de la evaluación numérica de las derivativas estáticas y dinámicas longitudinales de la aeronave IA100-B. En la tabla 2a se presentan resultados de las derivativas estáticas y dinámicas longitudinales obtenidas con el algoritmo y metodología propuesta. Se muestran también resultados obtenidos con VLM [8] para algunos coeficientes disponibles. En la tabla 2b se presentan resultados de algunas derivativas estáticas laterales obtenidas. Aquí no se presentan comparaciones con VLM ya que el modelo utilizado en [8] no captura de manera apropiada las interacciones con el fuselaje, de fuerte influencia en los casos

Tabla 1: Resultados obtenidos para las derivativas estáticas y dinámicas de  $C_L$  y  $C_m$  en el problema del ala infinita con perfil aerodinámico NACA 0012. Valores constantes:  $C_{L\alpha} = 0,109$ ,  $C_{L\bar{q}} = -0,168$ ,  $C_{m\alpha} = 0,0265$ ,  $C_{m\bar{q}} = -0,0283$ . Todas las unidades en  $[1/^\circ]$ .

$\omega$	$\kappa$	$\bar{C}_{L\alpha}$	$\bar{C}_{Lq}$	$C_{L\dot{\alpha}}$	$C_{L\dot{q}}$	$\bar{C}_{m\alpha}$	$\bar{C}_{m\bar{q}}$	$C_{m\dot{\alpha}}$	$C_{m\dot{q}}$
0.6	0.03	0.1085	-0.185	-0.0170	0.644	0.0254	-0.0745	-0.0461	1.19
0.8	0.04	0.1079	-0.181	-0.0132	0.724	0.0251	-0.0717	-0.0433	0.886
1.0	0.05	0.1072	-0.171	-0.0030	0.747	0.0247	-0.0692	-0.0408	0.710

laterales. La comparación de resultados longitudinales es válida dado que los presentados en este trabajo corresponden a bajos ángulos de ataque donde los efectos no-lineales - no capturados por VLM - se pueden despreciar. En las figuras 4, 5a y 5b se muestra el campo de velocidad sobre la superficie de la aeronave y detalles de algunas líneas de corriente en cercanía de la geometría que se analiza para maniobras de rotación longitudinal, giro y rolido respectivamente.

Tabla 2: Resultados obtenidos de algunas derivativas estáticas y dinámicas longitudinales de la aeronave analizada. Todas las unidades en  $[1/\text{rad}]$ .

$i$	$C_{i\alpha}$	$C_{i\bar{p}}$	$C_{i\bar{q}}$	$C_{i\bar{r}}$	$C_{i\dot{\alpha}}$	$C_{i\dot{q}}$
$L$	5.44	-0.18	10.49	-0.18	-4.29	-5.22
	5.44	0.0	10.59	0.0	4.02	-
$m$	-1.05	0.10	-13.87	0.10	-6.01	-23.39
	-0.97	0.0	-14.08	0.0	-5.34	-

(a) Derivativas estáticas y dinámicas longitudinales de la aeronave analizada.  $\kappa = 0,073$ . En azul se indican resultados obtenidos con VLM [8].

$i$	$C_{ip}$	$C_{ir}$
$Y$	0.111	-0.260
$l$	0.55	0.091
$n$	0.097	-0.119

(b) Derivativas estáticas laterales.

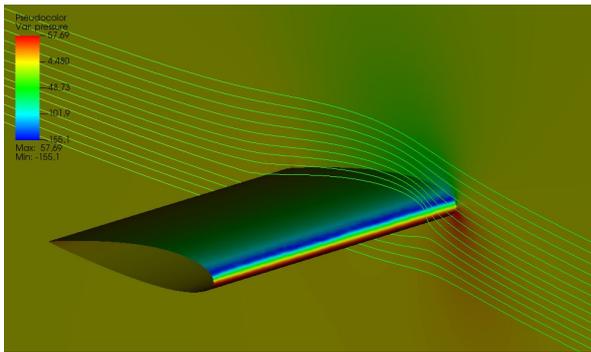


Figura 3: Distribución de presión en un estado temporal para la maniobra dinámica de perturbación del ángulo de ataque.

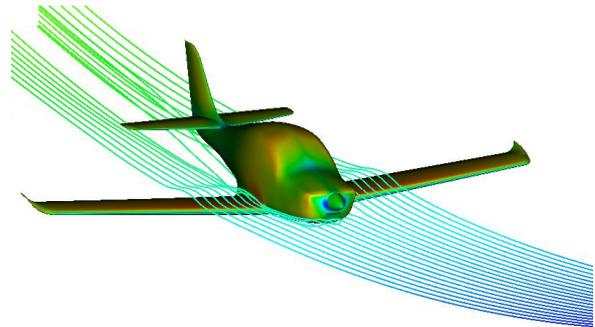


Figura 4: Campo de velocidad sobre la superficie de la aeronave y detalles de algunas líneas de corriente en cercanía de la geometría que se analiza. Maniobra de rotación longitudinal.

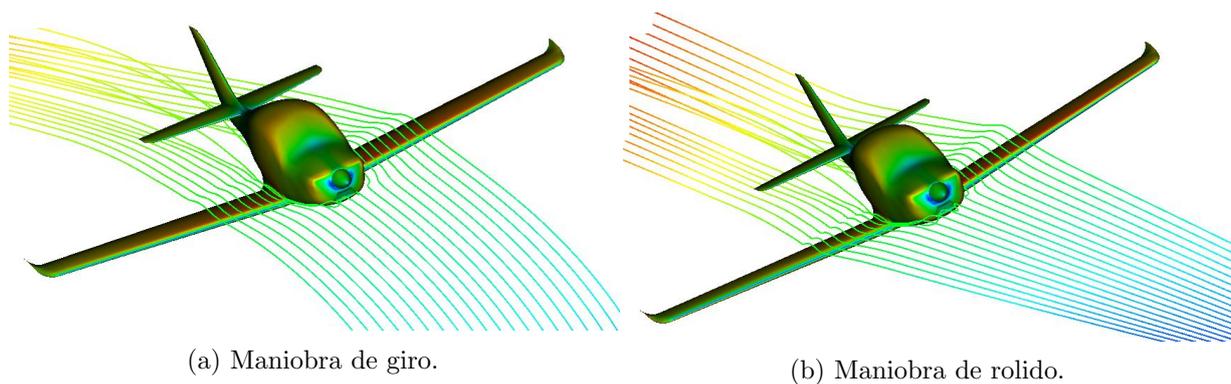


Figura 5: Campo de velocidad sobre la superficie de la aeronave y detalles de algunas líneas de corriente en cercanía de la geometría que se analiza.

## CONCLUSIONES

El método y algoritmo propuesto son una herramienta numérica que permiten obtener aproximaciones confiables de las derivativas estáticas y dinámicas de una aeronave. Los resultados obtenidos en este trabajo se ajustan a los presentados en la literatura, obtenidos con otros métodos, para los problemas analizados. En especial las derivativas aerodinámicas para el ala infinita con perfil NACA 0012 tienen una buena correlación con los obtenidos utilizando un modelo de flujo potencial bidimensional. Las derivativas obtenidas de la aeronave IA100-B son comparables con los resultados obtenidos por VLM para los casos longitudinales.

## REFERENCIAS

- [1] Limache Alejandro Cesar. *Aerodynamic Modeling Using Computational Fluid Dynamics and Sensitivity Equations*. PhD thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, 4 2002.
- [2] George Hartley Bryan. *Stability in Aviation. An Introduction to Dynamical Stability as Applied to the Motions of Aeroplanes*. MacMillan and Co., St. Martin's street, London, 1 edition, 1911.
- [3] Ramon Codina. Stabilization of incompressibility and convection through orthogonal sub-scales in finite element methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(13):1579–1599, 2000.
- [4] Andrea Da Ronch, D. Vallespin, M. Ghoreyshi, and K. J. Badcock. Evaluation of dynamic derivatives using computational fluid dynamics. *AIAA Journal*, 50(2):470–484, 2012.
- [5] Jean Donea, Antonio Huerta, J.-Ph. Ponthot, and A. Rodríguez-Ferran. *Arbitrary Lagrangian–Eulerian Methods*, chapter 14. John Wiley & Sons, Ltd, 2004.
- [6] Bernard Etkin. *Dynamics of Atmospheric Flight*. Dover, 2005.
- [7] Herman S. Fletcher. Comparison of several methods for estimating low-speed stability derivatives for two airplane configurations. Technical Report D-6531, National Aeronautics and Space Administration, 11 1971. NASA Technical Note D-6531.
- [8] Scarpin Gustavo. Dimensionamiento inicial de las superficies de control y banco de datos aerodinámico. *Informe Técnico DMA-007/20*, (B), 9 2020. Proyecto: IA-100B/C. Universidad de la Defensa Nacional, Centro Regional Universitario Córdoba - IUA, Departamento Mecánica Aeronáutica.

- [9] Andreas Hübner, Andreas Bergmann, Thomas Loeser, and Andreas Bergmann. *Experimental and Numerical Investigations of Unsteady Force and Pressure Distributions of Moving Transport Aircraft Configurations*. 2009.
- [10] Mark S. Smith. Analysis of wind tunnel oscillatory data of the x-31a aircraft. Technical Report CR-1999-208725, National Aeronautics and Space Administration - Langley Research Center, Hampton, Virginia, Feb 1999.
- [11] O. Soto, R. Loehner, and J. Cebal. *An implicit monolithic time accurate finite element scheme for incompressible flow problems*.
- [12] Klein V. and Noderer K. Modeling of aircraft unsteady aerodynamic characteristics. part 1: Postulated models. Technical Report NASA TM 109120, National Aeronautics and Space Administration - Langley Research Center, Hampton, Virginia 23681-0001, May 1994.
- [13] D.C. Wilcox. *Turbulence Modeling for CFD*. Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries, 2006.
- [14] N. N. Yanenko. *The Method of Fractional Steps*. Springer Berlin Heidelberg, 1971.