

# APLICACIÓN DEL CRITERIO SIMPLIFICADO DE PREVENCIÓN DE FLUTTER A LA ESTRUCTURA Y SUPERFICIES DE CONTROL DE LA AERONAVE IA-100 B/C

A. Liberatto<sup>[a]</sup>, M. Vianello<sup>[b]</sup> y W. Mendez<sup>[b]</sup>

<sup>[a]</sup>Departamento de Mecánica, Facultad de Ingeniería, CRUC-IUA, UNDEF.

<sup>[b]</sup>Fábrica Argentina de Aviones “Brigadier San Martín” S. A., Córdoba, Argentina.

Email: aliberatto@iua.edu.ar

## RESUMEN

*Este trabajo presenta la aplicación del Criterio Simplificado de Prevención de Flutter a la estructura y conjunto de superficies móviles de la aeronave IA-100 B/C que, como parte del proceso de diseño del avión, busca evaluar la necesidad de rigidizar el ala y/o balancear las superficies de control a fin de evitar la ocurrencia de fenómenos aeroelásticos no deseados. El procedimiento se establece en el documento FAA's Airframe and Equipment Engineering Report No. 45 y se utiliza para evaluar y evitar la ocurrencia de flutter, divergencia e inversión de comandos. El estudio se enfoca en revisar la respuesta aeroelástica del ala (parte fija) a través de su rigidez torsional y evaluar el balance estático necesario para alerones, timón de profundidad, timón de dirección y compensadores (trim tabs). Para la estructura de la aeronave IA-100 B/C, el ala cumple con el criterio de rigidez torsional, mientras que los alerones, el elevador y el timón de dirección requieren la adición de masas de balance. En el marco del mismo trabajo se plantea un esquema de balance que satisface las pautas del criterio simplificado de prevención de flutter, utilizando masas distribuidas y concentradas en puntos específicos de las superficies de control; y que cumple además con los requerimientos de diseño y cálculo definidos en el marco del programa.*

**Palabras clave: CRITERIO, BALANCE, CONTRAPESO, FLUTTER.**

## INTRODUCCIÓN

La base de certificación establecida para el Programa IA-100 B/C es CFR Part 23 (Ref.: [3]) y adopta como medio de cumplimiento aceptado a las especificaciones estándar ASTM. Como parte de este marco regulatorio, la especificación ASTM F3093 (Ref.: [2]) establece los requerimientos aeroelásticos que debe cumplir la aeronave, aceptando en el apartado ASTM F3093 4.4 el empleo del **Report N° 45 de la FAA** (Ref.: [4]) como medio de substanciación. El punto ASTM F3093 4.4 es aplicable en la medida que el diseño del IA-100 B/C atienda a los apartados ASTM F3093 4.4.1, 4.4.2 y 4.4.3.

El diseño del IA-100 B/C atiende a estos apartados ya que: (i) **4.4.1** - la velocidad de picada de diseño del avión es:  $V_D = 250$  kts (Ref.: [5])  $< 260$  kts, (ii) **4.4.2** - el diseño no prevé grandes concentraciones de masa a lo largo de la envergadura del ala por lo que los criterios de rigidez torsional del ala y de balance de alerones, son aplicables<sup>1</sup> y (iii) **4.4.3** - el diseño es convencional, no presenta cola en T, ni distribución inusual de masas, y cuenta con deriva (parte fija del empenaje vertical) y estabilizador (parte fija del empenaje horizontal). Por lo tanto, el Report

<sup>1</sup>Si bien los tanques de combustibles se encuentran integrados al ala, no se encuentran ubicados hacia los sectores más externos (punteras).

N° 45 de la FAA es aplicable.

Luego, el objetivo del trabajo es revisar la respuesta aeroelástica del ala (parte fija) a través de su rigidez torsional y evaluar el balance estático necesario para alerones, timón de profundidad, timón de dirección y compensadores (trim tabs), para así evitar la ocurrencia de fenómenos aeroelásticos no deseados tales como flutter, divergencia e inversión de comandos.

## METODOLOGÍA

### Criterio de Rigidez Torsional del Ala

El criterio de rigidez torsional del ala plantea que el **factor de flexibilidad torsional del ala**  $F$ , calculado como:

$$F = \int \theta_i c_i^2 ds \quad (1)$$

No debe exceder al factor de flexibilidad  $\hat{F}$ , definido como:

$$\hat{F} = \frac{200}{V_D^2} \quad (2)$$

Donde:

- $\theta_i$ : Giro por unidad de momento torsor en la estación  $i$ , expresado en [rad/(lb\*ft)].
- $c_i$ : Cuerda del ala en la estación  $i$ , en [ft].
- $ds$ : Incremento de envergadura/ancho de faja, en [ft]. (Ver Figura 1)
- $V_D$ : Velocidad de picada de diseño del avión, en [mph].

La velocidad de picada de diseño  $V_D$  es dato (Ref.: [5]), mientras que la estimación del factor de flexibilidad torsional del ala requiere dividir en fajas a la extensión de semi-ala que contiene al alerón y considerar: el ancho de estas fajas ( $ds$ ), la cuerda media de cada una de ellas ( $c_i$ ) y el giro por unidad de momento torsor en la estación central de cada faja ( $\theta_i$ ).

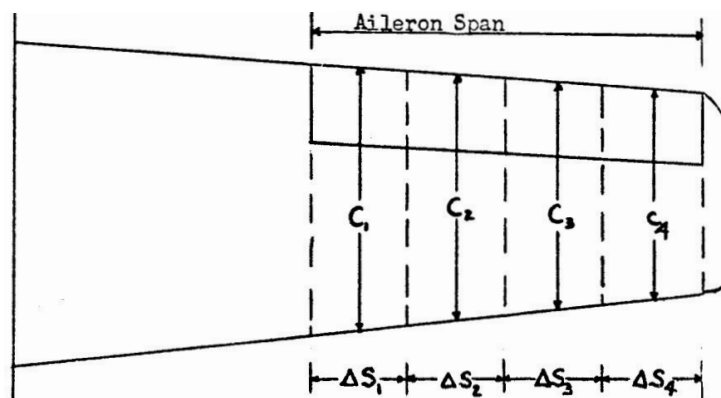


Figura 1: Criterio de rigidez torsional del ala (Ref.: [4]).

Para calcular  $\theta_i$ , se aplica un momento torsor arbitrario en una estación de ala, hacia la puntera y por fuera del extremo del alerón<sup>2</sup>. La Tabla 2 presenta los giros por unidad de momento torsor generados desde el modelo FEM del Ala, cuando se aplica un momento torsor en las punteras, manteniendo las restricciones cinemáticas del ala en la región de raíz<sup>3</sup>.

<sup>2</sup>En este trabajo el momento torsor se aplica a la costilla de puntera (estructural) de la parte fija del ala.

<sup>3</sup>En concordancia con la forma de unión Ala-Fuselaje definida.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Velocidad de picada de diseño	$V_D$	250 ( <b>287</b> )	kts ( <b>mph</b> )
Ancho de las fajas divisorias	$ds$	0.238 ( <b>0.781</b> )	m ( <b>ft</b> )
Momento torsor aplicado (puntera)	$T$	$1 \times 10^5$ (73665)	N*m (lb*ft)

Tabla 1: Parámetros para la aplicación del Criterio de Rigidez Torsional del Ala.

Estación [#]	$ds$ [m (ft)]	$c_i$ [m (ft)]	$\theta_i$ [rad/(lb*ft)]	$\Delta F$ [rad*ft <sup>2</sup> /lb]
1		1.321 ( <b>4.333</b> )	$4.077 \times 10^{-6}$	$5.980 \times 10^{-5}$
2		1.288 ( <b>4.227</b> )	$4.439 \times 10^{-6}$	$6.196 \times 10^{-5}$
3		1.256 ( <b>4.120</b> )	$5.236 \times 10^{-6}$	$6.945 \times 10^{-5}$
4		1.223 ( <b>4.014</b> )	$5.928 \times 10^{-6}$	$7.461 \times 10^{-5}$
5	0.238 ( <b>0.781</b> )	1.191 ( <b>3.907</b> )	$7.111 \times 10^{-6}$	$8.482 \times 10^{-5}$
6		1.159 ( <b>3.801</b> )	$7.987 \times 10^{-6}$	$9.015 \times 10^{-5}$
7		1.126 ( <b>3.695</b> )	$9.064 \times 10^{-6}$	$9.666 \times 10^{-5}$
8		1.094 ( <b>3.588</b> )	$9.842 \times 10^{-6}$	$9.899 \times 10^{-5}$
9		1.061 ( <b>3.482</b> )	$1.071 \times 10^{-5}$	$1.014 \times 10^{-4}$
			F [rad*ft <sup>2</sup> /lb] $\approx$	$7.379 \times 10^{-4}$

Tabla 2: Valores estimados para los parámetros de estimación del factor de flexibilidad torsional del ala ( $F$ ).

A partir de los valores de la Tabla 2, estimados con los parámetros listados en la Tabla 1, se obtiene un factor de flexibilidad torsional del ala  $F$ , igual a:  $F = 7,379 \times 10^{-4} \frac{rad \cdot ft^2}{lb}$ . Mientras que, para la velocidad de picada de diseño indicada en la Tabla 1, el factor de flexibilidad torsional, resulta  $\hat{F} = 2,428 \times 10^{-3} \frac{rad \cdot ft^2}{lb}$ .

Como  $F = 7,379 \times 10^{-4} \frac{rad \cdot ft^2}{lb} < \hat{F} = 2,428 \times 10^{-3} \frac{rad \cdot ft^2}{lb}$ , **el criterio de rigidez torsional del ala se satisface.**

### Criterio de Balance de Alerones

El criterio de balance de alerones establece que el **coeficiente de balance dinámico**  $K/I$ , obtenido de la Figura 3 a partir de la velocidad de picada de diseño  $V_D$ , no debe ser excedido por el parámetro de balance  $\hat{K}/I$ , calculado a partir de los datos de la Tabla 3.

Donde:

$K$ : Producto de inercia del alerón, en [lb\*ft<sup>2</sup>].

$I$ : Momento de inercia del alerón con respecto a su eje de charnela, en [lb\*ft<sup>2</sup>].

La velocidad de picada de diseño  $V_D$  es dato (Ref.: [5]). El producto de inercia del alerón  $K$ , calculado con respecto al sistema de ejes O-Y (ver Figura 2, o la página 15 del documento Ref.: [4]) y el momento de inercia del alerón  $I$ , calculado con respecto a su eje de charnela (H.L.), se determinan a partir de estimaciones de: (i) masa, (ii) momento de inercia propio, (iii) distancia del centro de gravedad del alerón al eje de charnela y (iv) distancia del centro de gravedad del alerón al eje O-O, considerado en la estación de unión Ala-Fuselaje (ver páginas 5 y 15 del documento Ref.: [4])<sup>4</sup>. Las estimaciones se realizan con datos inerciales extraídos del modelo FEM del alerón.

<sup>4</sup>Notar que el ángulo  $\phi$  entre el eje de charnela de los alerones y el eje longitudinal del avión es de 93.6°, muy próximo a 90°.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Velocidad de picada de diseño	$V_D$	250 ( <b>287</b> )	kts ( <b>mph</b> )
Masa del alerón ( $\times 1$ )	$m_a$	5.64 (12.42)	Kg (lb)
Posición del CG del alerón (H.L.)	$x_{CG-H.L.}$	0.086 (0.28)	m (ft)
Posición del CG del alerón (XY)	$y_{xy}$	3.788 (12.43)	m (ft)
Ángulo del H.L. del alerón (O-O)	$\phi$	86.4 (1.51)	$^\circ$ (rad)
Momento de inercia propio del alerón @ CG	$I_p$	0.058 (1.38)	$\text{Kg}^*\text{m}^2$ ( $\text{lb}^*\text{ft}^2$ )
Producto de inercia del alerón @ X-Y	$K_{xy}$	1.837 ( <b>43.56</b> )	$\text{Kg}^*\text{m}^2$ ( $\text{lb}^*\text{ft}^2$ )
Distancia de la pestaña del L.E. (H.L.)	$x_{L.E.-H.L.}$	0.084 (0.276)	m (ft)
Producto de inercia del alerón @ O-Y	$K$	1.827 ( <b>43.32</b> )	$\text{Kg}^*\text{m}^2$ ( $\text{lb}^*\text{ft}^2$ )
Momento de inercia del alerón @ H.L.	$I$	0.100 ( <b>2.37</b> )	$\text{Kg}^*\text{m}^2$ ( $\text{lb}^*\text{ft}^2$ )

Tabla 3: Resumen de parámetros para la aplicación del Criterio de Balance de Alerones.

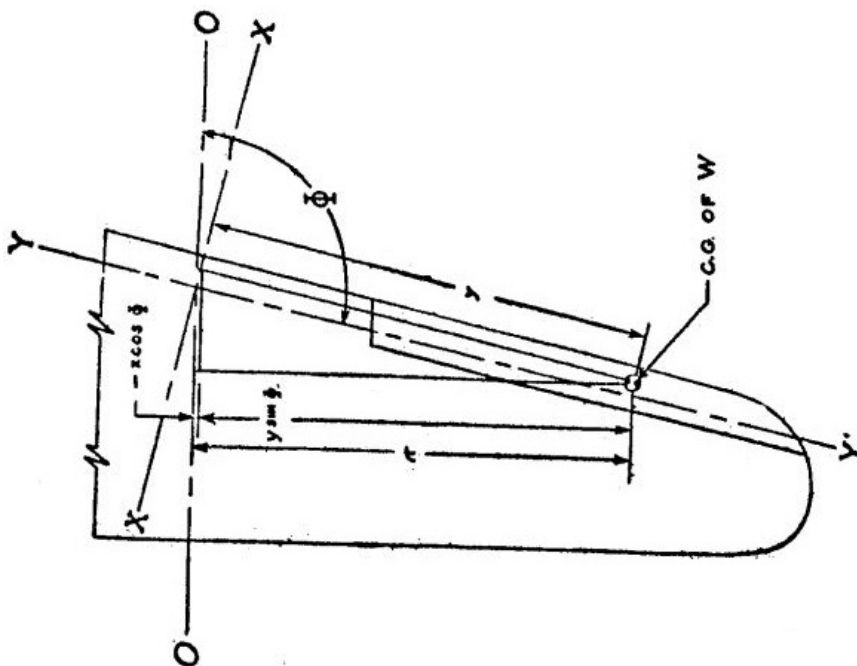


Figura 2: Eje de charnela del alerón, línea O-O y sistemas de referencia X-Y y O-Y (Ref.: [4]).

Para los valores que se listan en la Tabla 3, el coeficiente de balance dinámico resulta  $\hat{K}/I = 18,3$ , mientras que utilizando la curva de la Figura 3, para el valor de la velocidad de picada de diseño del avión  $V_D$ , se obtiene un coeficiente de balance dinámico  $K/I$ , igual a  $K/I = 0,2$ .

Como  $K/I = 0,2 < \hat{K}/I = 18,3$ , el **criterio de balance de alerones no se cumple** y la superficie de control **tiene que ser balanceada**.

Para obtener  $K/I = \hat{K}/I = 0,2$ , es necesario contrapesar cada alerón de modo que el centro de gravedad del conjunto (alerón + contrapeso) se adelante y posicione **a no más de 0.5 mm, por detrás del eje de charnela**. Luego, la posición permitida más atrasada para el centro de gravedad del conjunto (alerón + contrapeso) resulta muy próxima a la línea del eje de charnela y el **balanceo estático necesario es del 100 %**.

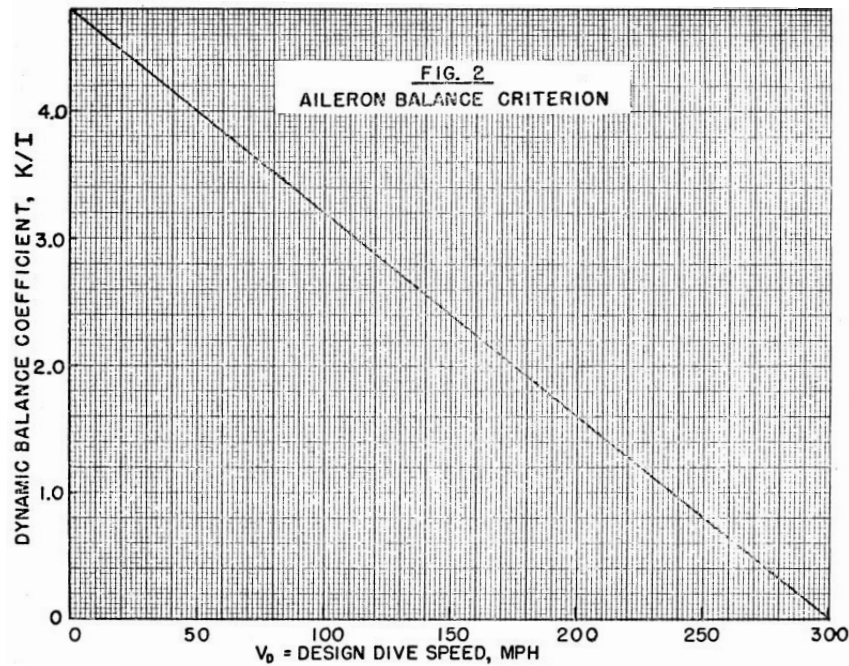


Figura 3: Criterio de balance de Alerones (Ref.: [4]).

### Criterio de Balance del Elevador

Conforme con el criterio de balance del elevador, cada semi-elevador (solo un lado - se los trata por separado) debe estar dinámicamente balanceado para evitar una forma de flutter simétrica del elevador (modo de ejes paralelos - flexión vertical del fuselaje y rotación simétrica del elevador), así como también de un modo de flutter antisimétrico (de ejes perpendiculares - torsión del fuselaje, rotación antisimétrica del elevador). Adicionalmente, si la frecuencia antisimétrica del elevador es mayor que 1.5 veces la frecuencia de torsión del fuselaje, no es necesario aplicar el criterio de ejes perpendiculares.

### Modo de Ejes Paralelos

Se define el **parámetro de velocidad de flutter**  $V_f$ , como:

$$V_f = \frac{V_D}{bf_h} \quad (3)$$

El criterio establece que el **parámetro de balance**  $\gamma$ , obtenido de la Figura 4 a partir del parámetro de velocidad de flutter  $V_f$ , no debe ser excedido por el parámetro de balance  $\hat{\gamma}$ , calculado a partir de la relación:

$$\hat{\gamma} = \frac{bS_\beta}{I} \quad (4)$$

Donde:

- $S_\beta$ : Balance estático del semi-elevador con respecto a su eje de charnela, en [lb\*ft].
- $I$ : Momento de inercia del semi-elevador respecto a su eje de charnela, en [lb\*ft<sup>2</sup>].
- $b$ : Semi-cuerda del EH - 'mitad de la semi-envergadura' (midspan), en [ft].
- $V_D$ : Velocidad de picada de diseño del avión, en [mph].
- $f_h$ : Frecuencia en flexión vertical del fuselaje, en [cpm].

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Velocidad de picada de diseño	$V_D$	250 ( <b>287</b> )	kts ( <b>mph</b> )
Semi-cuerda del EH @ $b_{eh}/4$	$b$	0.483 ( <b>1.58</b> )	m ( <b>ft</b> )
Frecuencia en flexión vertical del fuselaje	$f_h$	14.8 ( <b>888</b> )	Hz ( <b>cpm</b> )
Masa del semi-elevador	$m_e$	7.365 (16.22)	Kg (lb)
Envergadura del EH	$b_{eh}$	3.6 (11.81)	m (ft)
Cuerda del EH @ $b_{eh}/4$	$c_{eh}$	0.965 (3.17)	m (ft)
Posición del CG del semi-elevador (H.L.)	$x_{cg-hl}$	0.133 (0.435)	m (ft)
Momento de inercia propio del elevador @ CG	$I_p$	0.196 (4.65)	Kg*m <sup>2</sup> (lb*ft <sup>2</sup> )
Distancia del cuerno del semi-elevador (H.L.)	$x_{H-H.L.}$	0.120 (0.394)	m (ft)
Momento estático del semi-elevador @ H.L.	$S_\beta$	0.976 ( <b>7.05</b> )	Kg*m ( <b>lb*ft</b> )
Momento de inercia del semi-elevador @ H.L.	$I$	0.325 ( <b>7.72</b> )	Kg*m <sup>2</sup> ( <b>lb*ft<sup>2</sup></b> )

Tabla 4: Resumen de parámetros para la aplicación del Criterio de Balance del Elevador (Ejes Paralelos).

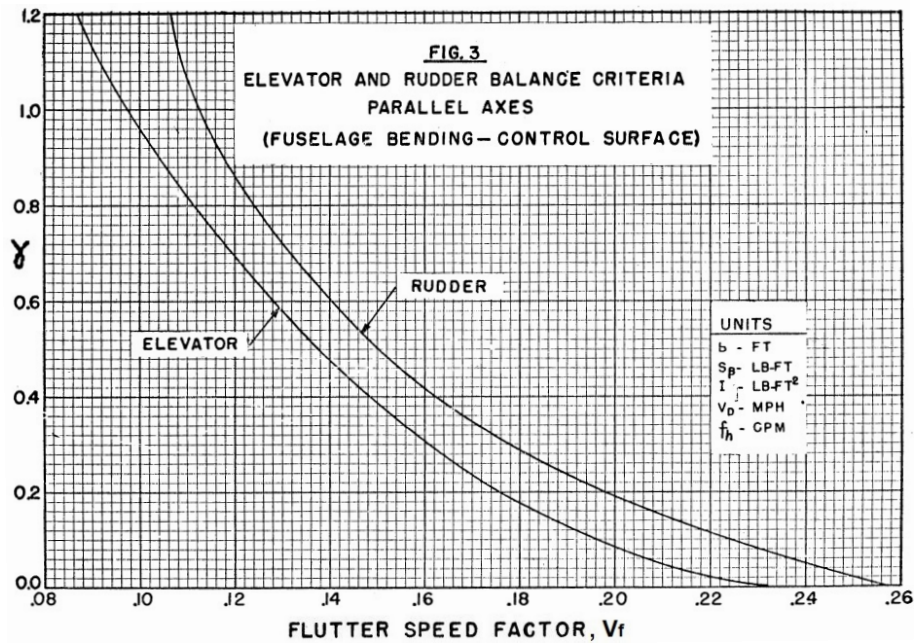


Figura 4: Criterio de balance de Elevador y Timón de Dirección. Ejes Paralelos: Flexión del Fuselaje - Superficie de Control (Ref.: [4]).

La velocidad de picada de diseño  $V_D$  es dato, la semi-cuerda (50%*c*) del empenaje horizontal a la mitad de la semi-envergadura del mismo  $b$ , se mide sobre el modelo FEM del empenaje horizontal y la frecuencia de vibración libre del fuselaje posterior en flexión vertical  $f_h$ , se estima a partir del modelo de elementos finitos del fuselaje. Por su parte, el momento estático  $S_\beta$  y el momento de inercia  $I$ , se calculan con respecto al eje de charnela del elevador, usando estimaciones de: (i) masa, (ii) posición del centro de gravedad del elevador y (iii) momento de inercia propio del elevador.

Para los valores que se listan en la Tabla 4, el parámetro de velocidad de flutter resulta  $V_f = 0,20 \frac{mph}{ft\ cpm}$  y el parámetro de balance  $\hat{\gamma}$ , es igual a  $\hat{\gamma} = 1,45$ , mientras que utilizando la curva de la Figura 4 que corresponde al elevador para el valor de  $V_f$  calculado, se obtiene un parámetro de balance  $\gamma$ , igual a  $\gamma = 0,08$ .

Como  $\gamma = 0,08 < \hat{\gamma} = 1,45$ , el **criterio de balance del elevador (ejes paralelos) no se cumple** y la superficie de control **tiene que ser balanceada**. Para obtener  $\gamma = \hat{\gamma} = 0,08$ , es necesario contrapesar el elevador de modo que el centro de gravedad del conjunto (elevador + contrapeso) se adelante y acerque al eje de charnela, quedando **posicionado a no más de 4.4 mm, por detrás del mismo**. Así, la posición permitida más atrasada del centro de gravedad del conjunto (elevador + contrapeso) es **4.4 mm por detrás del eje de charnela del elevador**.

### Modo de Ejes Perpendiculares

Antes de aplicar el criterio de balance del elevador frente al modo de flutter antisimétrico, se realiza un chequeo en términos de comparación de frecuencias. Esta instancia de control revisa que el modo en cuestión no se produzca, verificando que la frecuencia natural del modo antisimétrico del elevador resulte mayor a 1.5 veces la frecuencia natural en torsión del fuselaje (posterior).

Con base en los resultados de los modelos de elementos finitos del elevador y el fuselaje, se encuentran las frecuencias de vibración libre detalladas en la Tabla 5, asociadas a los siguientes modos de vibración libre: antisimétrico del elevador y torsional del fuselaje.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad	Obs.
Frecuencia antisimétrica del elevador	$f_{antis\ elev}$	36.9	Hz	Modo antisimétrico del elevador
Frecuencia en torsión del fuselaje	$f_{\alpha}$	47.9	Hz	Modo torsional del fuselaje

Tabla 5: Frecuencias naturales del elevador y del fuselaje posterior para los modos antisimétrico y torsional, respectivamente.

Con estos valores de frecuencia, se encuentra  $\frac{f_{antis\ elev}}{f_{\alpha}} = 0,77$ . Por lo tanto, como  $f_{ant\ elev} = 0,77f_{\alpha} < 1,5f_{\alpha}$ , el criterio por comparación de frecuencias para el modo de ejes perpendiculares **no se satisface** y es necesario aplicar el Criterio de Ejes Perpendiculares.

Así, se define el **parámetro de velocidad de flutter**  $V_f$ , como:

$$V_f = \frac{V_D}{bf_{\alpha}} \quad (5)$$

El criterio establece que, para cada semi-elevador, el **parámetro de balance**  $\lambda$ , obtenido de la Figura 5 a partir del parámetro de velocidad de flutter  $V_f$ , **no debe** ser excedido por el parámetro de balance  $\hat{\lambda}$ , calculado a partir de la relación:

$$\hat{\lambda} = \frac{bK}{SI} \quad (6)$$

Donde:

- $S$ : Semi-envergadura del empenaje horizontal, en [ft].
- $b$ : Semi-cuerda del EH - 'mitad de la semi-envergadura' (midspan), en [ft].
- $K$ : Prod. de inercia del semi-elevador - línea central del EH y H.L., en [lb\*ft<sup>2</sup>].
- $I$ : Momento de inercia del semi-elevador respecto a su eje de charnela, en [lb\*ft<sup>2</sup>].
- $f_{\alpha}$ : Frecuencia en torsión del fuselaje, en [cpm].

La velocidad de picada de diseño  $V_D$  es dato, la semi-cuerda (50 %c) del empenaje horizontal, a mitad de semi-envergadura  $b$ , se mide sobre el modelo FEM y la frecuencia de vibración libre del fuselaje posterior en torsión  $f_{\alpha}$ , se estima a partir del modelo de elementos finitos del fuselaje.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Velocidad de picada de diseño	$V_D$	250 ( <b>287</b> )	kts ( <b>mph</b> )
Semi-cuerda del EH @ $b_{eh}/4$	$b$	0.483 ( <b>1.58</b> )	m ( <b>ft</b> )
Frecuencia torsional del fuselaje	$f_h$	47.9 ( <b>2874</b> )	Hz ( <b>cpm</b> )
Masa del semi-elevador	$m_e$	7.365 (16.22)	Kg (lb)
Envergadura del EH	$b_{eh}$	3.6 (11.81)	m (ft)
Cuerda del EH @ $b_{eh}/4$	$c_{eh}$	0.965 (3.17)	m (ft)
Posición del CG del semi-elevador (H.L.)	$x_{cg-hl}$	0.133 (0.435)	m (ft)
Posición del CG del semi-elevador (O-O)	$y_{o-o}$	0.695 (2.28)	m (ft)
Ángulo del H.L. del semi-elevador (O-O)	$\phi$	90 (1.57)	° (rad)
Momento de inercia propio semi-elevador @ CG	$I_p$	0.196 (4.65)	Kg*m <sup>2</sup> (lb*ft <sup>2</sup> )
Producto de inercia semi-elevador @ H.L. & XZ	$K$	0.678 ( <b>16.08</b> )	Kg*m <sup>2</sup> (lb*ft <sup>2</sup> )
Semi-envergadura del EH	$S$	1.8 ( <b>5.91</b> )	m ( <b>ft</b> )
Momento de inercia del elevador @ H.L.	$I$	0.325 ( <b>7.72</b> )	Kg*m <sup>2</sup> (lb*ft <sup>2</sup> )

Tabla 6: Resumen de parámetros para la aplicación del Criterio de Balance del Elevador (Ejes Perpendiculares).

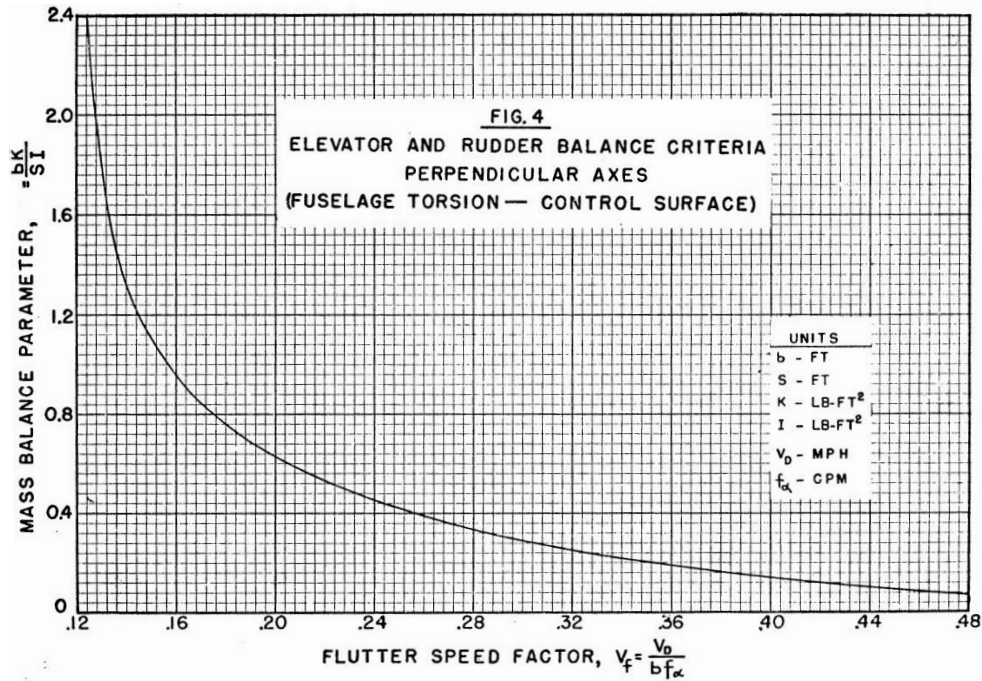


Figura 5: Criterio de balance de Elevador y Timón de Dirección. Ejes Perpendiculares: Torsión del Fuselaje - Superficie de Control (Ref.: [4]).

La semi-envergadura del empenaje horizontal  $S$ , se mide sobre el modelo FEM. El producto de inercia del semi-elevador  $K$ , calculado con respecto al sistema de ejes definido por el eje de charnela y el eje longitudinal del avión (plano de simetría XZ)<sup>5</sup> y el momento de inercia del semi-elevador  $I$ , calculado con respecto al eje de charnela, se obtienen a partir de estimaciones de: (i) masa, (ii) momento de inercia propio del semi-elevador, (iii) distancia del centro de gravedad del semi-elevador al eje de charnela y (iv) distancia del centro de gravedad del semi-elevador al eje longitudinal del avión (XZ). Las estimaciones se realizan con datos inerciales extraídos del modelo FEM del elevador.

<sup>5</sup>El ángulo  $\phi$  entre el eje de charnela de los semi-elevadores y el eje longitudinal del avión es de 90°.



Para los valores que se listan en la Tabla 6, el parámetro de velocidad de flutter resulta  $V_f = 0,06 \frac{mph}{ft\ cpm}$  y el parámetro de balance  $\hat{\lambda}$ , igual a  $\hat{\lambda} = 0,56$ . Utilizando la curva de la Figura 5 para el valor de  $V_f$  calculado, se obtiene un parámetro de balance  $\lambda$ , de al menos  $\lambda > 2,4$ .

Como  $\lambda > 2,4 > \hat{\lambda} = 0,56$ , **el criterio de balance del elevador (ejes perpendiculares) se satisface** y la superficie de control **no requiere balance** en relación con este modo.

### Criterio de Balance del Timón de Dirección

Para la aplicación del criterio de balance del timón de dirección, se emplean las definiciones de **parámetro de velocidad de flutter**  $V_f$ , utilizadas previamente<sup>6</sup> para el estudio del elevador.  $V_{fh} = \frac{V_D}{bf_h}$ , se utiliza para obtener el parámetro de balance  $\gamma$  a partir de la curva para rudder de la Figura 4, y  $V_{f\alpha} = \frac{V_D}{bf_\alpha}$ , para determinar el parámetro de balance  $\lambda$ , leído desde la curva de la Figura 5.

El criterio de balance del rudder establece que el **parámetro de balance**  $\gamma$ , obtenido de la Figura 4 a partir del parámetro de velocidad de flutter  $V_{fh}$ , no debe ser excedido por el parámetro de balance  $\hat{\gamma}$ , calculado a partir de la expresión:

$$\hat{\gamma} = \frac{bS_\beta}{I} \quad (7)$$

Y además, que el **parámetro de balance**  $\lambda$ , obtenido de la Figura 5 a partir del parámetro de velocidad de flutter  $V_{f\alpha}$ , no debe ser excedido por el parámetro de balance  $\hat{\lambda}$ , calculado a partir de la relación:

$$\hat{\lambda} = \frac{bK}{SI} \quad (8)$$

Donde:

- $S$ : Distancia entre el eje de torsión del fuselaje y la puntera de la deriva, en [ft].
- $b$ : Semi-cuerda del EV en la estación del 70 % de la envergadura, en [ft].
- $K$ : Prod. de inercia del rudder - eje de torsión del fuselaje y H.L., en [lb\*ft<sup>2</sup>].
- $f_\alpha$ : Frecuencia en torsión del fuselaje, en [cpm].
- $f_h$ : Frecuencia en flexión lateral del fuselaje, en [cpm].
- $S_\beta$ : Balance estático del rudder con respecto a su eje de charnela, en [lb\*ft].
- $I$ : Momento de inercia del rudder con respecto a su eje de charnela, en [lb\*ft<sup>2</sup>].

Los datos necesarios para la aplicación del criterio se encuentran disponibles o estiman de manera análoga a lo señalado en la aplicación del criterio de balance del elevador, y se listan en la Tabla 7. Con estos valores, los parámetros de velocidad de flutter  $V_{fh}$  y  $V_{f\alpha}$ , resultan  $0,13 \frac{mph}{ft\ cpm}$  y  $0,06 \frac{mph}{ft\ cpm}$ , respectivamente, y los parámetros de balance  $\hat{\gamma}$  y  $\hat{\lambda}$ , son iguales a 1,71 y 0,48.

Por otro lado, y a partir de las curvas de las Figuras 4 y 5, los parámetros de balance  $\gamma$  y  $\lambda$ , son  $\gamma = 0,72$  y  $\lambda > 2,4$ .

<sup>6</sup>Notar que para el criterio de balance del rudder, la frecuencia  $f_h$  utilizada para calcular el parámetros de velocidad de flutter  $V_{fh}$ , corresponde al modo en flexión 'lateral' del fuselaje posterior (Ref.: [4]).

Como  $\gamma = 0,72 < \hat{\gamma} = 1,71$ , el criterio de balance del timón de dirección (modo de ejes paralelos) no se cumple y la superficie de control necesita ser contrapesada. Adicionalmente, como  $\lambda > 2,4 > \hat{\lambda} = 0,48$ , el criterio de balance para el modo de ejes perpendiculares se satisface y la superficie de control no requiere balance en relación con este modo.

Para obtener  $\gamma = \hat{\gamma} = 0,72$ , el timón de dirección tiene que ser balanceado de modo que el centro de gravedad del conjunto (rudder + contrapeso) se adelante y acerque al eje de charnela, quedando **posicionado a no más de 30.3 mm, por detrás del mismo**. Así, la posición permitida más atrasada del centro de gravedad del conjunto (rudder + contrapeso) es **30.3 mm por detrás del eje de charnela del timón de dirección**.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Velocidad de picada de diseño	$V_D$	250 ( <b>287</b> )	kts ( <b>mph</b> )
Semi-cuerda del EV @ 70 % $b_{ev}$	$b$	0.483 ( <b>1.58</b> )	m ( <b>ft</b> )
Frecuencia en flexión lateral del fuselaje	$f_h$	22.9 ( <b>1374</b> )	Hz ( <b>cpm</b> )
Frecuencia torsional del fuselaje	$f_h$	47.9 ( <b>2874</b> )	Hz ( <b>cpm</b> )
Masa del rudder	$m_r$	7.640 (16.83)	Kg (lb)
Envergadura del EV	$b_{ev}$	1.650 (5.41)	m (ft)
Cuerda del EV @ 70 % $b_{ev}$	$c_{ev}$	0.965 (3.17)	m (ft)
Posición del CG del rudder (H.L.)	$x_{cg-hl}$	0.165 (0.54)	m (ft)
Posición del CG del rudder (O-O)	$z_{o-o}$	0.453 (1.49)	m (ft)
Momento de inercia propio del rudder @ CG	$I_p$	0.222 (3.51)	Kg*m <sup>2</sup> (lb*ft <sup>2</sup> )
Distancia de la pestaña del L.E. (H.L.)	$x_{L.E.-H.L.}$	0.084 (0.28)	m (ft)
Momento estático del rudder @ H.L.	$S_\beta$	1.257 ( <b>9.08</b> )	Kg*m (lb*ft)
Producto de inercia del rudder @ H.L. & XY	$K$	0.569 ( <b>13.50</b> )	Kg*m <sup>2</sup> (lb*ft <sup>2</sup> )
Distancia eje tor. fuse/rudder tip	$S$	1.600 ( <b>5.25</b> )	m (ft)
Momento de inercia del rudder @ H.L.	$I$	0.428 ( <b>8.42</b> )	Kg*m <sup>2</sup> (lb*ft <sup>2</sup> )

Tabla 7: Resumen de parámetros para la aplicación del Criterio de Balance del Timón de Dirección.

## RESULTADOS

Los resultados obtenidos a partir de la aplicación del Criterio Simplificado de Prevención del Flutter (Ref.: [4]) al diseño del IA-100 B/C, se resumen en la Tabla 8. Se encuentra que el ala satisface el requerimiento de rigidez torsional, mientras que los alerones, el elevador y el timón de dirección deben ser contrapesados.

Criterio	Modo	Resultado	Dist. Max. H.L. [mm]
Rigidez del Ala	Torsión	Cumple	-
Balance de Alerones	-	<b>Requiere Contrapeso</b>	<b>0.5</b>
Balance del Elevador	Ejes Paralelos	<b>Requiere Contrapeso</b>	<b>4.4</b>
	Ejes Perpendic.	Cumple	(4.4)
Balance del Rudder	Ejes Paralelos	<b>Requiere Contrapeso</b>	<b>30.3</b>
	Ejes Perpendic.	Cumple	(30.3)
Balance de Tabs	-	Cumple/ <b>Desconexión</b>	-

Tabla 8: Resumen de Resultados.

## Contrapesos de Alerones

Los contrapesos para los alerones se prevén distribuidos a lo largo de la extensión del borde de ataque de los mismos, anclados sobre las pestañas de cierre frontal previstas, entre otras cosas, para tal fin. Para la distancia disponible entre estas pestañas y el eje de charnela del alerón (ver

Tabla 3) se deben añadir a cada borde de ataque aproximadamente 5.77 Kg (por cada alerón), para alcanzar el balance estático necesario igual a 100 %.

### Contrapesos del Elevador

Dependiendo de la distancia a la que puedan colocarse los contrapesos, por delante del eje de charnela, el elevador requiere la adición de al menos 4.6 Kg de masa por semi-elevador (considerando que se colocan a aprox. 250 mm por delante del H.L.). El esquema de balance se plantea 'mixto', colocando una parte de la masa de balance total (aprox. 40 %) en el cuerno de cada semi-elevador y la fracción restante (60 %) en un brazo-soporte anclado a la costilla raíz. El contrapeso dispuesto en el cuerno consiste en una pieza sólida de plomo que se vincula a la costilla de puntera y aporta una masa aproximada de 1.8 Kg (sin tomar en cuenta las piezas de unión), a unos 120 mm por delante del eje de charnela (ver Tabla 4).

### Contrapesos del Timón de Dirección

Esta superficie de comando no dispone de cuerno y la distancia entre la pestaña de cierre del borde de ataque y el eje de charnela resulta muy reducida como para aplicar una masa de balance distribuida ( $\sim 84$  mm a la altura del herraje central - ver Tabla 7). Como se señala más arriba, la opción es colocar un 'martillo' con un brazo-soporte (o dos, uno hacia cada lado) anclado a alguna de las costillas inferiores<sup>7</sup>. Asumiendo una longitud de brazos de 200 mm por delante del eje de charnela, la masa total extra necesaria para contrapesar el timón de dirección es de aproximadamente 4.47 Kg.

## CONCLUSIONES

La configuración estructural del ala satisface el criterio de rigidez torsional. Los alerones requieren el uso de contrapesos y como la posición permitida más atrasada del centro de gravedad del conjunto alerón-contrapeso resulta muy próxima a la línea del eje de charnela del alerón, el balance estático necesario es del 100 %. El elevador también tiene que ser balanceado. La posición permitida más atrasada del centro de gravedad del conjunto elevador-contrapeso es de 4.4 mm. Finalmente el timón de dirección también requiere la adición de contrapesos, siendo la posición permitida más atrasada del centro de gravedad del conjunto rudder-contrapeso de 30.3 mm.

## REFERENCIAS

- [1] ASTM. *ASTM-F3114-19 - Standard Specification for Structures*, 2019.
- [2] ASTM. *ASTM-F3093-20 - Standard Specification for Aeroelasticity Requirements*, 2020.
- [3] Federal Aviation Administration. *eCFR - Code of Federal Regulations, Title 14, Part 23*, 2018.
- [4] R. Rosenbaum. *Airframe and Equipment Engineering - Report No. 45 - Simplified Flutter Prevention Criteria for Personal Type Aircraft*. FAA, 1955.
- [5] G. Scarpin. *DMA 008/20 - Diagrama V-n*. Centro Regional Universitarios Córdoba - IUA, 2020.

---

<sup>7</sup>Definir esta posición depende, en parte, de la respuesta estática de los soportes del contrapeso conforme con ASTM F3114-19 4.